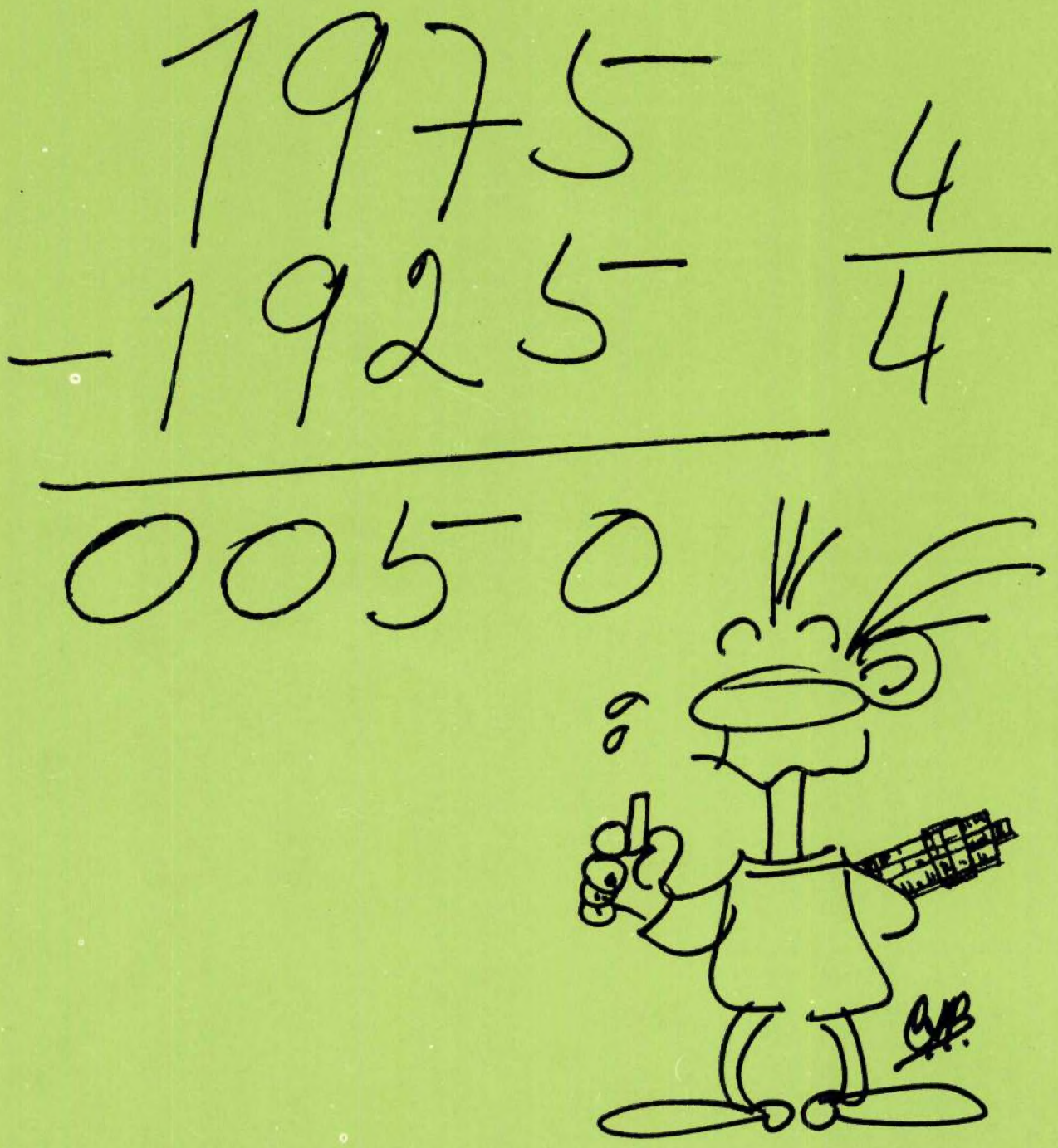
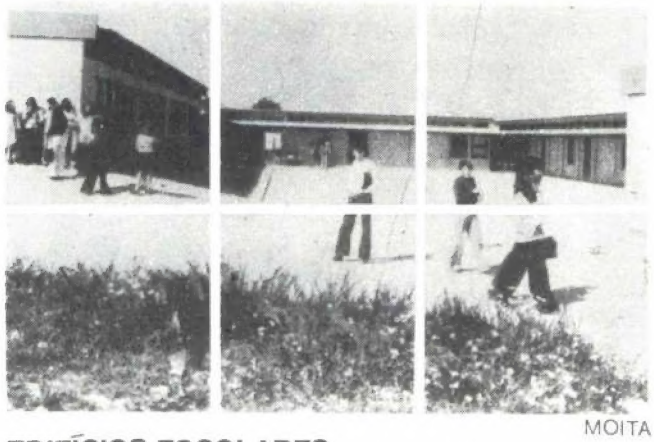
técnica



431 associação dos estudantes do instituto superior técnico
dezembro 1975 revista de engenharia

PRÉ-FABRICAÇÃO
em betão



MOITA

EDIFÍCIOS ESCOLARES
HABITAÇÃO SOCIAL
ESCRITÓRIOS
FÁBRICAS
MORADIAS
ETC.

materiais novobra

Fábricas em: Lisboa, Leiria, Lagoa, Guarda, Moita, Luanda e Lourenço Marques
Stands de exposição em: Aveiro, Évora e Faro
Sede: Av. Est. Unidos da América, 100, 5.º - Dto. – Lisboa 5
Telefones – Serviços Administrativos: 77 48 32 - 77 29 53 - Telex: 18375 Novoba P
Serviços Técnicos: 71 41 16/7/8 - 71 93 31/2

CONSTRUA COM CONFIANÇA - CONSULTE-NOS

TABELAS PARA O CÁLCULO DE BETÃO ARMADO

por

Brazão Farinha e Mexia Heitor

Preço 250$00
Desconto de 10% aos assinantes

PEDIDOS À

técnica

Topografia Geral

2.º VOLUME

Pelo Engenheiro

A. C. XEREZ

Preço de cada volume

180$00

•

Desconto: 10% aos assinantes

Pedidos à Técnica

técnica

NÚMERO 431 DEZEMBRO DE 1975 ANO L VOLUME XXXVII PUBLICAÇÃO MENSAL

DIRECTOR
Delmar Baptista

COLABORADORES
António Maria da Fonseca
José Agostinho Marques
Jorge Braz
Armando Ruano
Manuel M. S. Anastácio
José Luís S. V. Azevedo

DIRECÇÃO REDACÇÃO E ADMINISTRAÇÃO
Av. Rovisco Pais, I. S. T. — Lisboa
Telefone 72 93 23

PROPRIETÁRIO
A. E. I. S. T.

★

ASSINATURAS:	5 n.os	10 n.os
Continente e ilhas	140$00	250$.
Países de língua Portuguesa e Espanha	150$00	270$.
Estrangeiro	—	300$.
Número avulso ...	—	35$.

Não se publica em Agosto e Setembro.

Os artigos assinados são da exclusiva responsabiliade dos autores.

★

COMPOSIÇÃO E IMPRESSÃO:
MOVIGRÁFICA
Rua do Espírito Santo, 19-A - Odivelas

SUMÁRIO

89 — J. F. BORGES DA SILVA e J. M. VIEGAS GONÇALVES — *Oscilações auto-excitadas num circuito condensador-termistor.*

Self-excited oscillations in a condenser-thermistor circuit.

103 — E. R. DE ARANTES E OLIVEIRA — *Reflexões sobre a evolução da engenharia de estruturas.*

Considerations on the evolution of structural engineering.

117 — L. T. MAGALHÃES e M. P. O. RICOU — *Máquina de Turing para converter expressões em notação «infix» em expressões em notação «postfix» — I. Definição da máquina e redução de estados.*

Turing machine for the translation from infix to postfix notation — I. Defenition and state reduction.

127 — J. MARQUES HENRIQUES — *Uma Bibliografia de APL.*

A Bibliography of APL.

CAPA — Primeiro cinquentenário.

ÍNDICE ALFABÉTICO DOS ANUNCIANTES

	Pág.
Aguiar & Melo, Lda.	X
Construções Técnicas	V
EFACEC	VII
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações	IV
Fanafel	IV
Ferrunil	II
MAGUE	III
Novobra, Lda.	2.ª da capa
Soc. Electricidade Brown Boveri	IX
Sociedade Portuguesa Cavan . .	II
S. K. F., Lda.	I
Sondagens e Fundações A. Cavaco	II
SOREFAME	VI

EDITORIAL

A necessidade e o desejo de tornar acessível, aos profissionais e estudantes de engenharia, o conhecimento de novas técnicas e contribuições teóricas importantes resultantes da investigação realizada tanto a nível nacional como internacional manifestou-se há vários decénios nas escolas de engenharia.

Assim, em Outubro de 1915 aparece em Lisboa uma revista designada por TÉCNICA INDUSTRIAL. Face à instabilidade política então reinante esta revista teve uma vida bastante efémera traduzindo-se apenas na publicação de pouco mais de uma dezena de números.

É só em 1925 que se consegue a publicação de uma nova revista que, em princípio, deveria vir dar continuidade à ideia presente à fundação da TÉCNICA INDUSTRIAL.

Dessa nova publicação foi posto à luz do dia o primeiro número em Dezembro de 1925 ostentando uma nova designação — TÉCNICA—.

Desde então ela vem sendo publicada regularmente tendo apoiado e divulgado muitos e importantes trabalhos especialmente no campo da engenharia. No entanto esta regularidade nem sempre se pôde considerar óptima o que aconteceu por motivos vários de todos já conhecidos e várias vezes explicitados.

Merecem, apesar de tudo, referência os encerramentos das instalações a que as autoridades por diversas vezes nos impuzeram. Isto originou forçosamente uma grande descoordenação quer interna quer a nível de contactos externos o que só foi possível ultrapassar com grandes esforços não só dos colaboradores mas também dos autores.

Para avaliar da gravidade destes acontecimentos bastará notar que em cinquenta anos de actividade, que deveriam corresponder à publicação de quinhentos números, só se nos tornou possível a publicação de quatrocentos e trinta e um como se pode observar pelo número da presente revista.

A ambos queremos inequivocamente expressar o nosso reconhecimento na certeza de que os seus esforços não foram em vão.

No momento em que comemoramos o nosso primeiro CINQUENTENÁRIO não nos poderiamos furtar a esta simples homenagem fazendo votos que doravante as nossas actividades possam prosseguir sem graves interferências permitindo o desenvolvimento normal da tarefa em que nos empenhamos.

A Técnica

TÉCNICA 429

O artigo DO CONHECIMENTO E DA ACÇÃO de ANTÓNIO GOUVÊA PORTELA foi publicado inadvertidamente com alguns erros tipográficos.

Ao autor e leitores apresentamos as nossas desculpas.

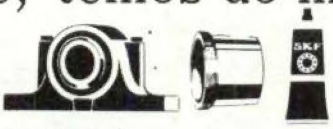
A Técnica

SKF

A SKF não tem apenas rolamentos de esferas e de rolos .

Temos também rolamentos de agulhas

rótulas e embutes .

Evidentemente, temos do mesmo modo toda a espécie de acessórios  para rolamentos.

Além disso a SKF fabrica muitos outros produtos de qualidade.

Rodas e carretos cónicos, por exemplo

Fusos roscados de rolamento de alta precisão que transformam o movimento de rotação em linear.

Fabricamos também machos cassonetes

e brocas .

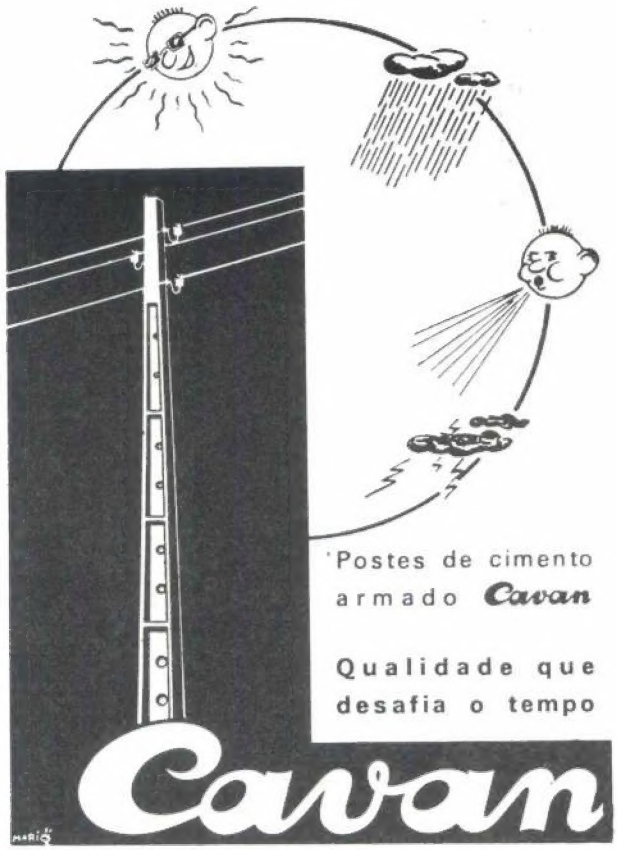
O mesmo se passa com pontos rotativos .

E muitos sabem que também temos um bom Serviço Técnico.

SOCIEDADE SKF LIMITADA

LISBOA - PRAÇA DA ALEGRIA, 66-A
TELEF.: 362301 - TELEGR.: ESKAEF - TELEX: 12156

PORTO - RUA DELFIM FERREIRA, 604
TELEF.: 692054 - TELEGR.: ESKAEF



Av. Visconde Valmor, 76-1.° - Tel. 766014 (7 linhas) Lisboa-1

FERRUNIL
CONSTRUÇÕES METÁLICAS INDUSTRIAIS, LDA

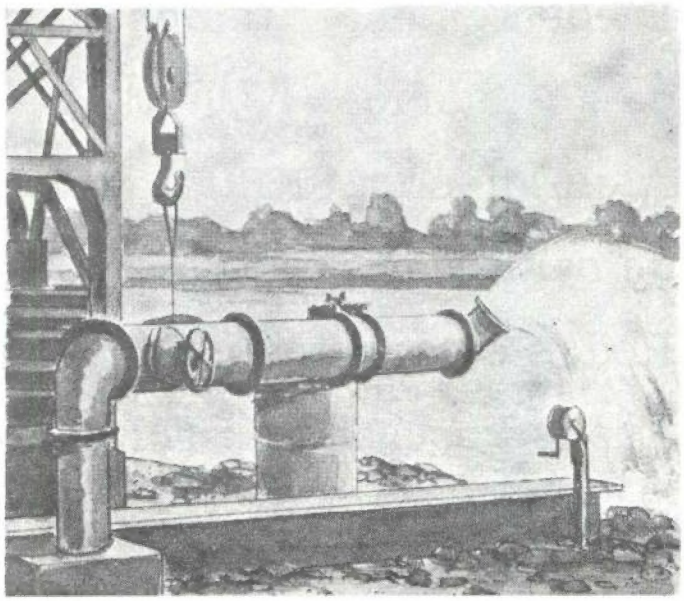
ESTRUTURAS - RESERVATÓRIOS
VIGAMENTOS - SILOS
PONTES ROLANTES
EQUIPAMENTO INDUSTRIAL

COBERTURAS PARA:
ARMAZÉNS
UNIDADES INDUSTRIAIS
HANGARES
PAVILHÕES DESPORTIVOS, ETC.

FÁBRICA:
Trajouce 244 0230
244 0256

ESCRITÓRIOS:
Av. Elias Garcia, 162, 2.° E (L1) *77 77 96
*77 77 97
*77 75 29
LISBOA *77 26 35

Água: eis o que lhe oferecemos!



- Pesquisas e captações de água
- Estudos hidrogeológicos
- Sondagens e Fundações
- Rebaixamento de níveis aquíferos

ACAVACO

R. Rodrigo da Fonseca, 62, r.c.Esq. - Lisboa-1
Tel. 56 11 71/2/3/4

TÉCNICA

NÚMERO 431 DEZEMBRO DE 1975 ANO L VOLUME XXXVII PUBLICAÇÃO MENSAL

C. D. U. 621.373:621.316.825.4

Oscilações auto-excitadas num circuito condensador-termistor (1)

J. F. Borges da Silva
Doutor-Engenheiro I. S. T.
Prof. Extraordinário do I. S. T.
J. M. Viegas Gonçalves
Eng. Electrotécnico I. S. T.
Assistente do I. S. T.

RESUMO

Faz-se a análise do comportamento dinâmico da associação em paralelo dum condensador com um termistor alimentada por um gerador ideal de corrente, e em particular da possibilidade de ocorrência de oscilações auto-excitadas. Comparam-se resultados experimentais com os resultados da simulação numérica do modelo teórico proposto. São descritas as experiências que permitem determinar os parâmetros do termistor e uma montagem destinada a simular os elevados valores de capacidade que foram necessários nas experiências. Utilizando a simulação numérica, faz-se o estudo e interpretação física do comportamento do sistema para diferentes valores da capacidade do condensador. Apresenta-se, para caracterização do termistor no domínio incremental, um esquema eléctrico equivalente deduzido das equações diferenciais não-lineares que regem o seu comportamento.

ABSTRACT

The dynamic behaviour of a condenser and a thermistor connected in parallel with an ideal current source is analysed, particular attention being given to the possibility of self-excited oscillations. Results from experiments are compared with results obtained by numerical simulation of the theoretical model proposed. Experiments required for the determination of thermistor parameters and a method for the simulation of large capacitance values are described. System behaviour was further investigated for various capacitance values using numerical simulation, the results being interpreted physically. A thermistor small signal equivalent circuit, derived from the non-linear differential equations describing its behaviour is presented.

1 — INTRODUÇÃO

O termistor é um elemento óhmico com um par de terminais acessíveis, cuja resistência é fortemente dependente da temperatura, descrescendo com o aumento desta.

Em meio ambiente a temperatura constante, o auto-aquecimento produzido pela passagem da corrente conduz a uma característica estática corrente-tensão com um troço decrescente, Fig. 1. Dependendo a tensão U dos valores da corrente I duma forma unívoca, um ponto de funcionamento na região descendente da característica será estável, se a resistência do circuito exterior for *superior* à resistência incremental do termistor (em módulo), no ponto de funcionamento, isto é, se o regime for do tipo «corrente imposta». No troço descendente

(1) Publicação do Laboratório de Medidas Eléctricas do I. S. T. integrada no Projecto de Investigação TLE-5 subsidiado pelo Instituto de Alta Cultura.

da característica o termistor é, todavia, potencialmente instável com propriedades, sob este ponto de vista, análogas às do arco eléctrico.

Em regime dinâmico o tempo intervém necessariamente na relação corrente-tensão do termistor, pois que em virtude da inércia térmica, a temperatura que condiciona o valor da resistência, não segue instantaneamente as variações da potência de auto-aquecimento $P = UI$. Verifica-se que este efeito dinâmico se pode traduzir, em regime incremental e do ponto de vista eléctrico, por uma indutância equivalente.

Os factos anteriormente apontados sugerem a possibilidade de se obterem oscilações auto-excitadas, associando um condensador em paralelo com o termistor, Fig. 2, e alimentando o conjunto por meio dum gerador ideal de corrente contínua, que imponha um ponto de funcionamento em repouso no troço decrescente da característica estática.

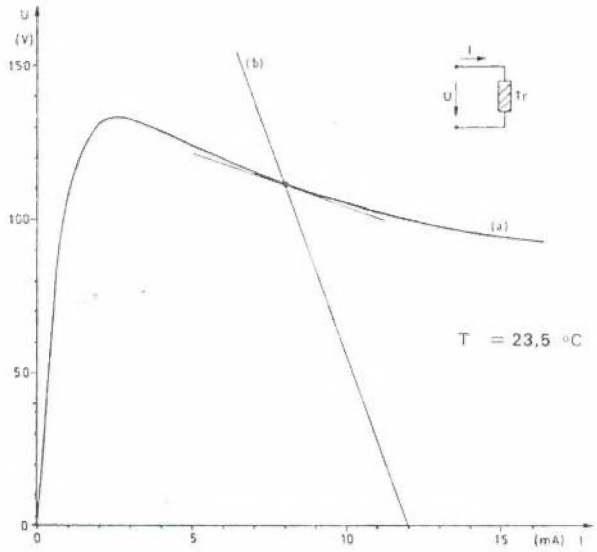


Fig. 1: (a) característica estática dum termistor.
(b) Característica externa do gerador (caso estável).

Verifica-se efectivamente que, nas condições enunciadas, o ponto de funcionamento em repouso se torna instável para valores da capacidade *superiores* a um certo valor crítico, dando origem espontaneamente a oscilações de amplitude crescente, que vêm a estabilizar num regime periódico de amplitude constante.

Em regimes próximos do crítico as oscilações apresentam carácter quase sinusoidal, degenerando em oscilações do tipo «relaxação» para regimes fortemente sobre-críticos. Estes últimos são, quanto às formas de curva, semelhantes aos que se produziriam substituindo no esquema da Fig. 2 o termistor por um tubo de gás.

A ordem de grandeza das constantes de tempo inerentes ao processo de variação da temperatura dum termistor, mesmo de pequenas dimensões (100 mm³), conduzem a oscilações com períodos na casa da dezena de minutos.

Ocorrem na literatura referências a algumas das matérias abordadas no presente trabalho, de que se citam [1], [2].

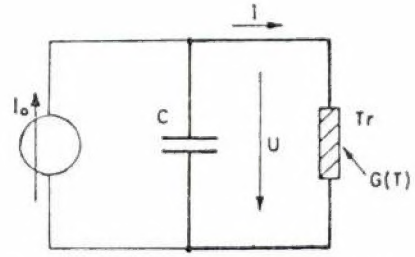


Fig. 2: Circuito condensador-termistor Tr - Termistor.

2 — OBJECTIVOS DO PRESENTE TRABALHO

1) Estabelecer por análise do esquema da Fig. 2 o sistema de equações diferenciais descritivo do seu comportamento dinâmico e investigar as condições de instabilidade.

2) Obter por via experimental os parâmetros relevantes para a descrição do termistor.

3) Simular numericamente o comportamento do sistema da Fig. 2 com base nas equações de 1) e valores obtidos em 2), pelo emprego dum algoritmo de integração de equações diferenciais não lineares.

4) Confirmar a validade da simulação, comparando os seus resultados com medidas efectuadas sobre um sistema físico com a configuração da Fig. 2.

5) Utilizar a simulação numérica para investigar outras situações, para além daquelas que foi possível observar directamente nas experiências.

3 — ESTABELECIMENTO DAS EQUAÇÕES DINÂMICAS

3.1 Descrição do termistor

A substância dum termistor pode ser concebida como um semicondutor com impurezas.[1] A variação da condutividade com a temperatura traduz essencialmente a variação da densidade de portadores de carga libertados por ionização dos centros de impureza. A lei que defino a dependência da condutância dum termistor relativamente à temperatura apresenta assim a forma exponencial típica dum fenómeno de ionização, [3],

$$G(T) = G_0 \exp\left(-\frac{B}{T}\right) \qquad (3.1)$$

(1) Exemplo típico são os termistores fabricados à base de óxidos dos metais do grupo do ferro, como $(O^{--})_3\ (Fe^{+++})_2$, consistindo as impurezas na substituição de alguns átomos de Fe por Ti, formando centros $(O^{--})_3\ (Fe^{++} + Ti^{++++})$ em que o electrão transferido de Ti para Fe está fracamente ligado. A temperatura ambiente a libertação destes electrões origina uma condução do tipo n, [3].

onde:

T — Temperatura absoluta em °K.

B — Constante em °K.

G — Condutância do termistor em S.

G_0 — Constante em S.

Pela especificação das duas constantes B e G_0 fica completamente definido este aspecto das propriedades do termistor.

Do ponto de vista térmico, há a considerar a quantidade de energia libertada por efeito de Joule na unidade de tempo,

$$UI = U^2G(T) \qquad (3.2)$$

e a função que traduz a transmissão de calor ao meio ambiente, (ar tranquilo), que se admite a temperatura T_a constante.

Considera-se a transmissão D como uma função da diferença de temperatura entre o termistor e o meio ambiente com a forma,

$$D\ (T-T_a) = S.\ (T-T_a) + Q.\ (T-T_a)^2 \qquad (3.3)$$

onde:

D — Ritmo da transmissão de calor em W.

S — Constante em $W°K^{-1}$

Q — Constante em $W°K^{-2}$

A transmissão de calor por condução pura, daria origem apenas ao termo linear de (3.3). Verificou-se experimentalmente a necessidade de juntar um termo quadrático de correcção, o que evidencia a influência de outros mecanismos de transmissão de calor, por exemplo a radiação, com importância para as diferenças de temperatura mais elevadas.

Em face das relações (3.2) e (3.3), o balanço térmico instantâneo do termistor pode ser expresso pela equação,

$$k\ \frac{dT}{dt} = -\ D\ (T-T_a) + U^2G(T) \qquad (3.4)$$

onde:

t — Variável tempo em s.

k — Capacidade térmica do termistor em $J°K^{-1}$.

3.2 Descrição do circuito eléctrico

Reportando-nos ao esquema da Fig. 2, obtém-se imediatamente, fazendo o balanço das correntes nos três ramos em paralelo,

$$C\ \frac{dU}{dt} = I_0 - U\ G(T) \qquad (3.5)$$

onde:

U — Tensão em V.

I_0 — Corrente do gerador em A, (constante).

C — Capacidade do condensador em F.

3.3 Equações de estado do sistema

Escolhendo para variáveis de estado do sistema a temperautra T do termistor e a tensão U do condensador, o comportamento dinâmico fica descrito pelo sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem (3.4) e (3.5) resolvidas em ordem às derivadas,

$$\begin{cases} \dfrac{dT}{dt} = \dfrac{1}{k}\left[-D\ (T-T_a) + U^2G(T)\right] \\[2ex] \dfrac{dU}{dt} = \dfrac{1}{C}\left[I_0 - U\ G(T)\right] \end{cases} \qquad (3.6)$$

Os segundos membros destas equações, considerados como funções das variáveis de estado T e U, são fortemente não-lineares.

4 — AVERIGUAÇÃO DA ESTABILIDADE

4.1 Linearização das equações

No estudo das trajectórias definidas no plano de fases das variáveis T e U pelo sistema não-linear (3.6), e até no cálculo numérico das respectivas soluções, desempenha um papel fundamental a forma linearizada desse mesmo sistema de equações que se obtém considerando pequenas variações ΔT e ΔU das variáveis de estado em torno dum ponto fixo de coordenadas T e U desse plano.

O sistema linearizado é da forma,

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta U \end{bmatrix} \qquad (4.1)$$

onde a matriz de elementos *constantes* J_{pq} representa o jacobiano das funções de T e U que constituem os segundos membros das equações (3.6), calculado para o ponto considerado.

De acordo com as equações (3.6), esses elementos calculam-se pelas expressões,

$$J_{11} = \frac{1}{k}\left[-D' + U^2\ G\ \frac{B}{T^2}\right]$$

$$J_{12} = \frac{2}{k}\ U\ G \qquad (4.2)$$

$$J_{21} = -\frac{1}{C}\ U\ G\ \frac{B}{T^2}$$

$$J_{22} = -\frac{1}{C}\ G$$

onde, G é dado por (3.1) e D' se obtém de (3.3) derivando em ordem a T.

$$D' = \frac{dD}{dT} = S + 2\ Q\ (T-T_a) \qquad (4.3)$$

4.2 Pontos de equilíbrio

Igualando a zero os segundos membros das equações (3.6), obtém-se o par de equações transcendentes,

$$\begin{cases} D\ (T-T_a) = U^2 G(T) \\ I_0 = U\ G(T) \end{cases} \qquad (4.4)$$

Em relação às trajectórias no plano de fases, estas equações definem linhas isóclinas, respectivamente de inclinação nula das trajectórias relativamente ao eixo de T e de U. Veja-se a Fig. 3. O seu ponto de encontro Q define uma situação de equilíbrio, pois que nele se anulam simultaneamente as derivadas em ordem ao tempo de T e de U. A estabilidade do equilíbrio pode ser investigada pela consideração do sistema linearizado (4.1) referido a esse ponto.

Qualitativamente, para a situação representada na Fig. 3, em que o ponto de equilíbrio se situa no troço descendente da isóclina relativa a T estacionário, é manifesta a possibilidade desse ponto ser um «foco», se se atender aos sentidos de progressão das trajectórias (assinalados na figura por setas) e que são determinados pelos sinais algébricos assumidos pelos segundos membros das equações (3.6) nos quatro sectores definidos pelas isóclinas em torno do ponto de equilíbrio Q.

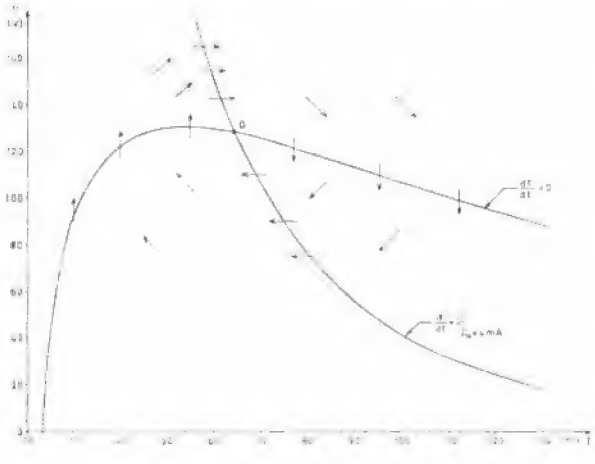


Fig. 3: Linhas Isóclinas no plano de fases

4.3 Comportamento das trajectórias na vizinhança do ponto de equilíbrio

Este estudo faz-se com base na equação característica da matriz (J) do sistema linearizado (4.1) tomado no ponto de equilíbrio,

$$\det\ [(J) - \lambda\ (1)] = 0$$

que é uma equação algébrica do segundo grau em λ,

$$\lambda^2 - Sp(J)\lambda + \det(J) = 0 \qquad (4.5)$$

cujos coeficientes se obtém a partir das expressões (4.2) para os elementos de (J),

$$Sp(J) = J_{11} + J_{22} = \frac{1}{k}\ (U^2 G\ \frac{B}{T^2} - D') - \frac{G}{C} \qquad (4.6)$$

$$\det(J) = J_{11} J_{22} - J_{12} J_{21} = \frac{1}{Ck}\ (G\ D' + U^2 G^2\ \frac{B}{T^2}) \qquad (4.7)$$

Em termos destes coeficientes, as raízes de (4.5) são dadas por,

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left[Sp(J) \pm \sqrt{Sp^2\ (J) - 4\det(J)} \right] \qquad (4.8)$$

A discussão do comportamento faz-se agora em dois passos:

1.º — Quanto à natureza periódica ou aperiódica das soluções de (4.1).

Esta questão depende apenas do sinal algébrico do discriminante de (4.8). Se se atender à expressão (4.7), conclui-se que det(J) é sempre positivo, pelo que se tem:

a) $Sp^2\ (J) < 4\det(J)$.

As raízes (4.8) formam um par complexo conjugado. As soluções de (4.1) serão oscilatórias. O ponto de equilíbrio é um «foco».

b) $Sp^2\ (J) > 4\det(J)$.

As raízes (4.8) são ambas reais e do mesmo sinal. As soluções de (4.1) são aperiódicas. O ponto de equilíbrio é um «nodo».

2.º — Quanto ao crescimento ou decrescimento das soluções com o tempo.

Esta questão depende unicamente do sinal algébrico de Sp(J). Com efeito, a parte real das raízes (4.8) quando são complexas e as próprias raízes quando são reais têm o mesmo sinal de Sp(J), pelo que se tem:

a) $Sp(J) > 0$.

Soluções crescentes no tempo. O ponto de equilíbrio é instável.

b) $Sp(J) = 0$.

Soluções oscilatórias de amplitude constante.

c) $Sp(J) < 0$.

Soluções decrescentes no tempo. O ponto de equilíbrio é estável.

4.4 Condições de instabilidade

Para que a expressão (4.6) seja positiva deve, antes de mais, ser positiva a expressão entre parêntesis, isto é,

$$U^2 G \frac{B}{T^2} > D' \tag{4.9}$$

O significado desta condição pode obter-se considerando a equação da isóclina a T estacionário (1.ª equação de 4.4). Diferenciando obtém-se,

$$(D' - U^2 G \frac{B}{T^2}) \, dT = 2 \, G \, U \, dU \tag{4.10}$$

A condição (4.9) corresponde a situarmos o ponto de funcionamento na região *decrescente* desta isóclina, isto é, onde se tem $dU/dT < 0$ como se pode verificar em (4.10). Esta é pois a primeira condição necessária para se verificar a instabilidade Fig. 3.

Fixado o ponto de funcionamento, resta somente na expressão (4.6) tomar um valor de C suficientemente elevado para que a segunda parcela seja inferior à primeira, ou seja, fazer

$$C > C_{cr} \tag{4.11}$$

em que C_{cr} representa um valor crítico da capacidade do condensador. Obtém-se o seu valor igualando (4.6) a zero,

$$C_{cr} = \frac{G \, k}{(U^2 G \frac{B}{T^2} - D')} \tag{4.12}$$

A condição (4.9) garante um denominador positivo.

4.5 Período de isocronismo das pequenas oscilações

Quando o ponto de equilíbrio é um foco, o período do isocronismo das oscilações pode obter-se a partir da parte imaginária das raízes da equação característica. Usando (4.8) para $Sp^2(J) < 4\det(J)$ será,

$$T_0 = \frac{2\pi}{|\,\mathrm{Im}\{\lambda\}\,|} = \frac{2\pi}{\sqrt{\det(J) - \frac{1}{4} Sp^2(J)}} \tag{4.13}$$

Para o caso particular de oscilações quase-críticas, isto é, para $Sp(J) \simeq 0$ tem-se aproximadamente,

$$(T_0)_{cr} \simeq \frac{2\pi}{\sqrt{\det(J)}} \tag{4.14}$$

Fazendo na expressão (4.7), coerentemente com a hipótese, $C = C_{cr}$ dado por (4.12), obtém-se para o período das oscilações quase-críticas de pequena amplitude,

$$(T_0)_{cr} = 2\pi \left(\frac{k}{D'}\right) \frac{1}{\sqrt{a^2 - 1}} \tag{4.15}$$

onde:

$$a = \frac{U^2 G B}{D' T^2} \tag{4.16}$$

Em virtude da condição (4.9) a é sempre maior que a unidade nos pontos de funcionamento de interesse.

O cociente k/D' tem dimensões físicas de tempo e representa a constante de tempo térmica do termistor no ponto de funcionamento considerado. O período $(T_0)_{cr}$ é assim proporcional a esta constante de tempo.

5 — ESQUEMA EQUIVALENTE INCREMENTAL DO TERMISTOR

Considere-se a equação (3.4) do balanço térmico do termistor escrita na forma incremental, na vizinhança dum ponto do plano T, U,

$$k \frac{d}{dt} (\Delta T) = (-D' + U^2 G \frac{B}{T^2}) \, \Delta T + (2UG) \, \Delta U \tag{5.1}$$

e ainda a relação entre a corrente e a tensão aos terminais

$$I = GU$$

também na forma incremental,

$$\Delta I = (U \, G \frac{B}{T^2}) \, \Delta T + G \Delta U \tag{5.2}$$

Introduzindo ΔI_1 definido por,

$$\Delta I_1 = \Delta I - G \Delta U \tag{5.3}$$

elimine-se ΔT na equação (5.1) com o auxílio de (5.2) e (5.3). Obtém-se,

$$L \frac{d}{dt} (\Delta I_1) + R(\Delta I_1) = (\Delta U) \tag{5.4}$$

cujos coeficientes são dados por,

$$L = \frac{k}{2 \, U^2 G^2 \frac{B}{T^2}} \qquad R = \frac{D' - U^2 G \frac{B}{T^2}}{2 \, U^2 G^2 \frac{B}{T^2}} \tag{5.5}$$

As equações (5.3) e (5.4) podem imediatamente interpretar-se como a descrição do circuito da Fig. 4, cujos parâmetros são dados pelas expressões (5.5) em termos dos valores de D', U, G e T relativos ao ponto de funcionamento considerado.

A condição (4.9) que se viu ser necessária para o ponto de equilíbrio se tornar instável, corresponde, como se pode ver em (5.5), a obtermos uma resistência R, Fig. 4, com valor negativo. O coeficiente de auto-indução L equivalente é sempre positivo.

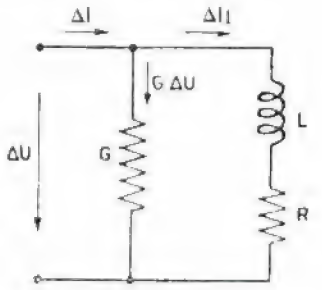


Fig. 4: Esquema equivalente incremental do termistor

6 — DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS DO TERMISTOR

6.1 Medição da temperatura

Para a verificação experimental da teoria exposta, utilizou-se um termistor em forma de vareta [1] com as dimensões indicadas na Fig. 5 e cujos parâmetros têm os seguintes valores nominais:

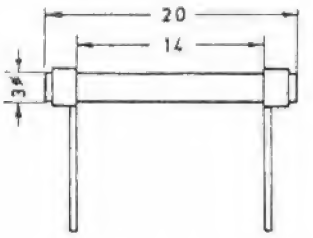


Fig. 5: Dimensões do termistor em mm

Resistência a 25° C	R = 150 kΩ
Constante de temperatura	B = 4150 °K
Constante de dissipação	S = 13 mW/K^{-1}
Constante de tempo térmica k/S	τ = 55 s

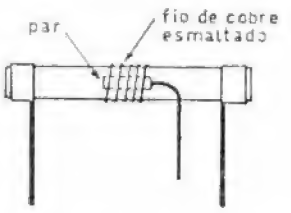


Fig. 6: Montagem do par termo-eléctrico

As medidas de temperatura foram feitas usando dois pares termo-eléctricos[2], um em contacto térmico com o termistor e o outro à temperatura ambiente.

É este conjunto termistor-par, Fig. 6, que é utilizado em todos os ensaios e é a ele que se referem os valores da capacidade térmica e das constantes relativas à função de dissipação que foram medidos.

6.2 Características eléctricas

A determinação das constantes características do termistor G_0 e B que figuram em (3.1) foi feita impondo uma temperatura constante e uniforme ao termistor, por imersão num banho de óleo, medindo-se a respectiva condutância em condições de auto-aquecimento desprezável.

No gráfico da Fig. 7 encontram-se representados os resultados obtidos para a variação de $\ln(G/G_{ref})$ em função do 1/T, correspondentes à representação em gráfico semi-logarítmico da recta,

$$\ln \frac{G}{G_{ref}} = \ln \frac{G_0}{G_{ref}} - B \left(\frac{1}{T} \right) \qquad (6.1)$$

que se obtém a partir da expressão (3.1).

Deste resultado experimental conclui-se a validade da expressão (3.1) para representar a variação da condutância com a temperatura no domínio considerado, tomando as constantes os valores,

$$G_0 = 4{,}50 \text{ S} \qquad B = 4\,020 \text{ °K} \qquad (6.2)$$

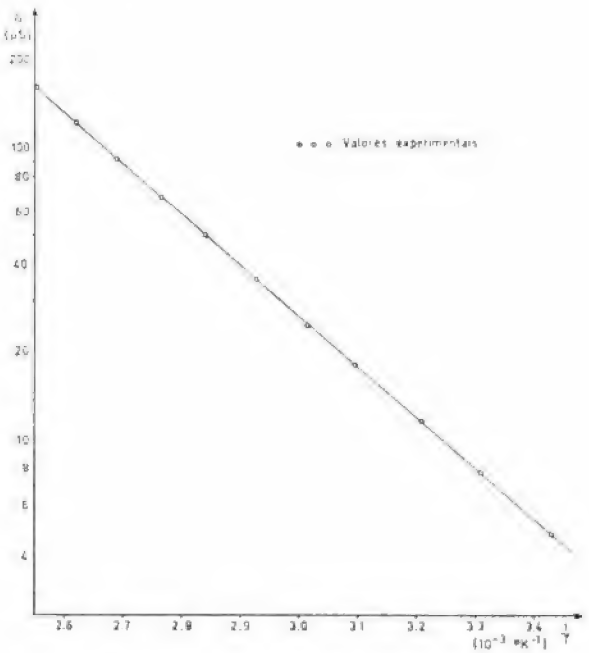


Fig. 7: Dependência da condutância relativamente à temperatura

(1) Termistor da marca Philips n.º 23 226 636 (1,5 W). Veja-se a referência [3]

(2) Pares Chromel-Alumel em bainha de aço inox isolada. Marca Sodern tipo Thermocoax 2ABAeTI, ≃ 43 μV/°C.

6.3 Características térmicas

Para determinar a função de dissipação (3.3), fez-se funcionar o termistor no ar em regime de corrente e temperatura constantes. No gráfico da Fig. 8 encontra-se representada a tensão como função da corrente e no da Fig. 9 a potência posta em jogo como função da temperatura.

Em regime estacionário teremos, usando a função de dissipação na forma (3.3),

$$UI = D = S\ (T-T_a) + Q\ (T-T_a)^2 \qquad (6.3)$$

Utilizou-se esta expressão para interpolar os pontos experimentais, considerando como constantes a determinar S, Q e T_a, tendo-se obtido:

$$S = 10{,}2\ \text{mW°K}^{-1}$$
$$Q = 51{,}8\ \mu\text{W°K}^{-2} \qquad (6.4)$$
$$T_a = 296{,}7\ \text{°K}$$

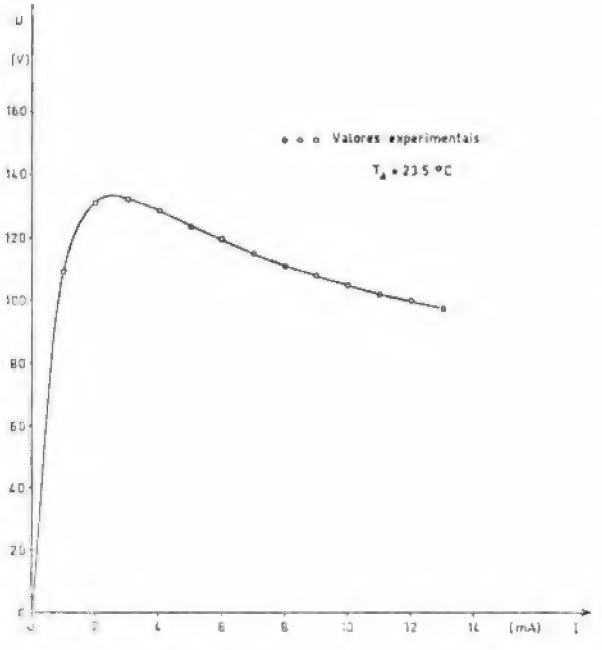


Fig. 8: Característica estática do termistor

Verifica-se que o valor encontrado para T_a que melhor satisfaz à interpolação é ligeiramente superior, cerca de 3,5 °K, ao valor da temperatura do ar ambiente.

Para determinar a capacidade térmica, realizou-se um ensaio em regime dinâmico ($dT/dt \neq 0$), utilizando-se a expressão (3.4) na determinação do valor de k.

Num ensaio de arrefecimento, Fig. 10, determinou-se a temperatura a cada instante medindo a resistência e calculando a temperatura pela expressão (3.1). O valor da derivada dT/dt foi calculado numericamente empregando o método de Lagrange de quarta ordem. Utilizando os valores das constantes da função de dissipação já determinados, a substituição de valores na expressão (3.4) conduziu a um valor da capacidade térmica:

$$k = 0{,}77\ \text{J°K}^{-1} \qquad (6.5)$$

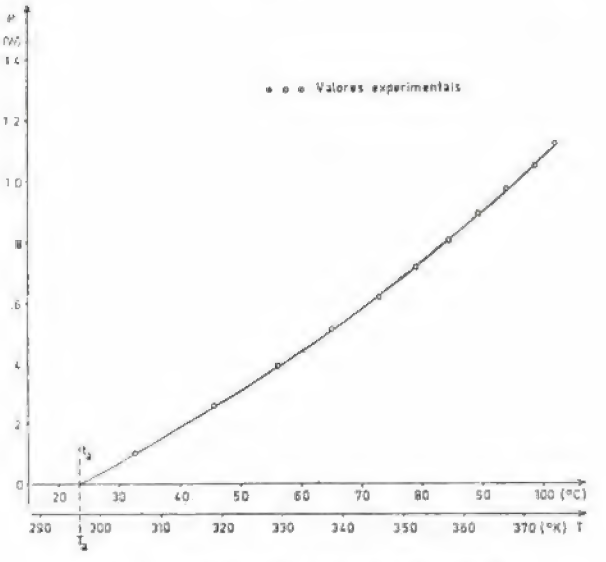


Fig. 9: Dissipação em função da temperatura

6.4 Valores relativos a um ponto de funcionamento típico

Para o estudo do comportamento dinâmico do sistema condensador termistor foi escolhido o ponto de funcionamento da característica estática correspondente a I = 4 mA, Fig. 8. Obtém-se nesse ponto,

$$U = 129\ \text{V} \qquad T = 338\ \text{°K} \qquad (6.6)$$

Os valores dos parâmetros do esquema equivalente da Fig. 4 podem agora ser obtidos para este ponto de funcionamento, fazendo uso das expressões (3.1) e (5.5) e são,

$$G = 31\ \mu\text{S} \qquad L = 685\ \text{kH} \qquad R = -3{,}30\ \text{k}\Omega \qquad (6.7)$$

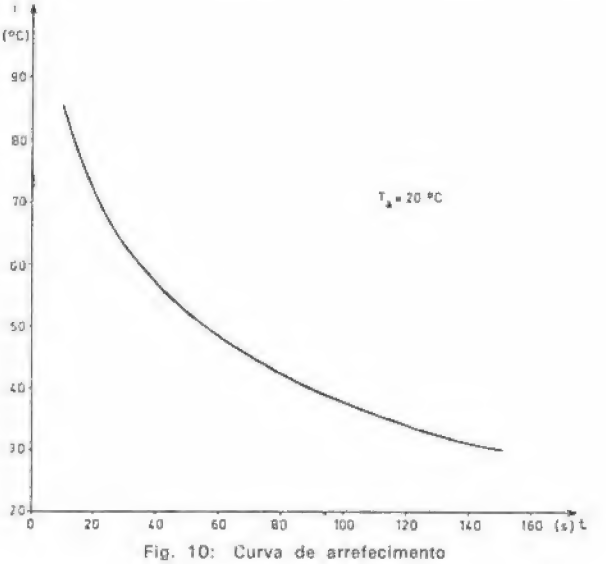


Fig. 10: Curva de arrefecimento

7. — SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Utilizou-se um método preditor-corrector para a integração numérica das equações diferenciais do sistema. O método baseia-se no emprego, na fase de correcção, de fórmulas lineares multipasso, concretamente das fórmulas de Gear [4], [5] de ordem um a quatro. A informação quanto ao passado da solução é retida sob a forma de coeficientes de polinómios intepoladores, um para cada variável da solução, de grau q igual à ordem da fórmula correctora empregada e que passam pelos $q + 1$ últimos pontos calculados. A predição faz-se por simples extrapolação para o novo ponto da solução a calcular, usando os referidos polinómios.

O método preditor-corrector é utilizado como parte integrante dum algoritmo adaptativo, (algoritmo de Gear [5]), que estabelece automaticamente o passo h e a ordem q da fórmula a empregar, tendo em vista maximizar o passo h mantendo todavia os erros locais abaixo dum certo limite especificado pelo utilizador. O arranque a partir das condições iniciais do problema processa-se automaticamente pelo emprego da fórmula de primeira ordem.

Na aplicação do algoritmo, as equações pertinentes do problema intervém apenas na fase de correcção. Representando o sistema de equações a integrar abreviadamente na forma,

$$y' - F_y = 0 \qquad (7.1)$$

onde y é o vector das variáveis de estado, T e U neste caso, e F_y é o vector das funções dessas variáveis que constituem os segundos membros das equações (3.6). A operação de correcção consiste em determinar incrementos Δy e $\Delta y'$ a adicionar aos valores de y e y' obtidos na predição, tais que as equações (7.1) sejam satisfeitas no ponto considerado sob a condição de ser,

$$\Delta y = b_q h \quad \Delta y' \qquad (7.2)$$

onde h é o incremento da variável tempo e b_q é uma constante dependente da ordem q da fórmula utilizada [4].

Quando as funções F_y são não-lineares, a determinação dos incrementos consegue-se por um processo iterativo segundo o método de Newton-Raphson que se baseia na forma linearizada do sistema (7.1),

$$y' - F_y + (1)\,\Delta y' - (J)_y\,\Delta y = 0$$

onde $(J)_y$ representa a matriz do jacobiano das funções F_y cujos elementos são dados pelas expressões (4.2) e (1) representa a matriz unidade. Conjugando esta expressão com (7.2) obtém-se um sistema de equações lineares para os incrementos Δy,

$$\left[\frac{1}{b_q h} (1) - (J)_y \right] \Delta y = -(y' - F_y) \qquad (7.3)$$

O cálculo das correcções inicia-se tomando para y e y' os valores obtidos na predição, com os quais se calculam as funções F_y e $(J)_y$ que permitem estabelecer o sistema (7.3). Obtidos os incrementos Δy por solução de (7.3), inicia-se nova iteração partindo de valores actualizados de y e y' resultantes de fazer

$$y + \Delta y \rightarrow y$$

e atendendo a (7.2)

$$y' + \Delta y\,(1/b_q\,h) \rightarrow y'$$

O processo repete-se até à convergência, isto é, até que, segundo o critério de tolerância de erros adoptado, os incrementos Δy se tornem desprezáveis. Normalmente são suficientes duas iterações.

O algoritmo foi programado em termos gerais para uso numa máquina de calcular de secretária[1], requerendo apenas para cada problema específico a programação das fórmulas para o cálculo de F_y e $(J)_y$ do problema. Na integração das equações (3.6) cada passo de integração requer em média cerca de 15 s.

8 — ESTUDO EXPERIMENTAL DO SISTEMA CONDENSADOR-TERMISTOR

Não se dispondo de condensadores com a capacidade necessária ($\simeq 10^4\ \mu F$) para os valores da tensão exigidos ($\simeq 200$ V), simulou-se com o auxílio da montagem da Fig. 11, empregando amplificadores operacionais e um tríodo (afim de acomodar os elevados valores da tensão), não só o efeito do condensador como o próprio gerador ideal de corrente do esquema da Fig. 2.

Com efeito, em relação ao par de terminais AB da Fig 11, onde fica ligado o termistor, a montagem define uma relação corrente-tensão que, admitindo os amplificadores como ideais, é da forma,

$$C \frac{dU}{dt} = I_0 - i \qquad (8.1)$$

idêntica à equação (3.5) descritiva do circuito eléctrico da Fig. 2, se atendermos a que i representa o valor instantâneo da corrente no termistor.

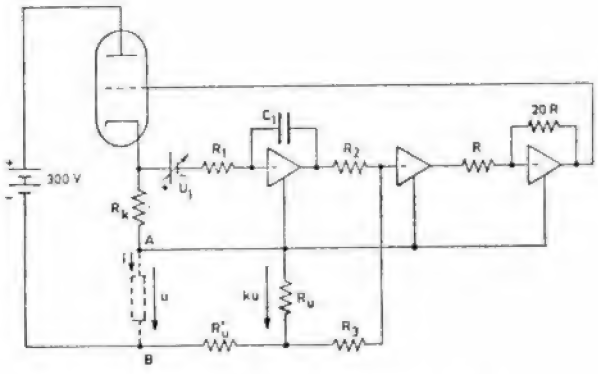
Os coeficientes de (8.1) podem definir-se a partir dos elementos que figuram no esquema da Fig. 11 pelas expressões,

$$C = \left[\frac{R_1\ R_2}{R_4\ R_3} k \right] C_1 \qquad (8.2)$$

$$I_0 = \frac{U_1}{R_4} \qquad (8.3)$$

Na realização prática, o factor multiplicativo da capacidade C_1 na expressão (8.2) era de cerca de 170, tendo o valor da capacidade C simulada sido medido num ensaio de «descarga» sobre uma resistência constante de valor conhecido ligada entre A e B, Fig. 11

(1) Marca Tektronix, modelo TEK-31.



$R_k = .5\ k\Omega$ $\quad$ $R'_u = 2\ M\Omega$
$R_1 = 1\ M\Omega$ $\quad$ $R_u = .1\ M\Omega$
$R_2 = 1\ M\Omega$ $\quad$ $R = 10\ k\Omega$
$R_3 = .5\ M\Omega$

Fig. 11: Montagem para simulação do condensador e do gerador ideal de corrente

A determinação da temperatura do termistor foi feita por intermédio do valor da sua condutância, como se descreveu em 6.3. Em regime dinâmico, a temperatura obtida através do par termo-eléctrico não corresponde ao valor instantâneo da temperautra do termistor, em consequência da resistência térmica do contacto par-termistor e inércia têrmica do par. Praticamente observa-se um atraso no tempo da indicação do par relativamente à temperatura instantânea. Ver Fig. 12.

A verificação experimental do comportamento dinâmico do sistema condensador-termistor foi feita fixando $I_0 = 4$ mA e $C = 9\,880\ \mu F$. Utilizando os valores anteriormente calculados (6.4), (6.5) e (6.6) na expressão (4.12) obtém-se para este ponto de funcionamento uma capacidade crítica $C_{cr} = 6\,490\ \mu F$ pelo que se trata duma situação instável $C = 1{,}52\ C_{cr}$. No domínio das pequenas oscilações, pode prever-se um período (4.13) de 547 s e um incremento da amplitude 1,58 vezes por período.

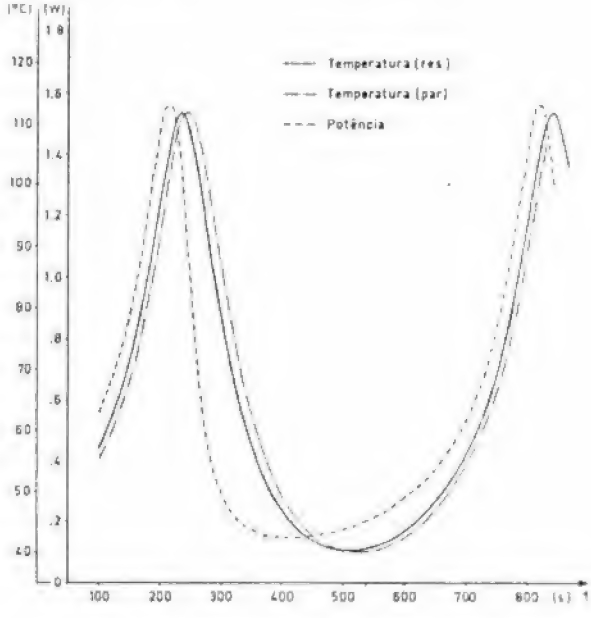


Fig. 12: Medida dinâmica da temperatura. Comparação de resultados

Na Fig. 13 estão traçadas as trajectórias no plano de fases calculadas para as condições das experiências utilizando o método de simulação numérica descrito em 7. e sobre elas os pontos que foram obtidos experimen-

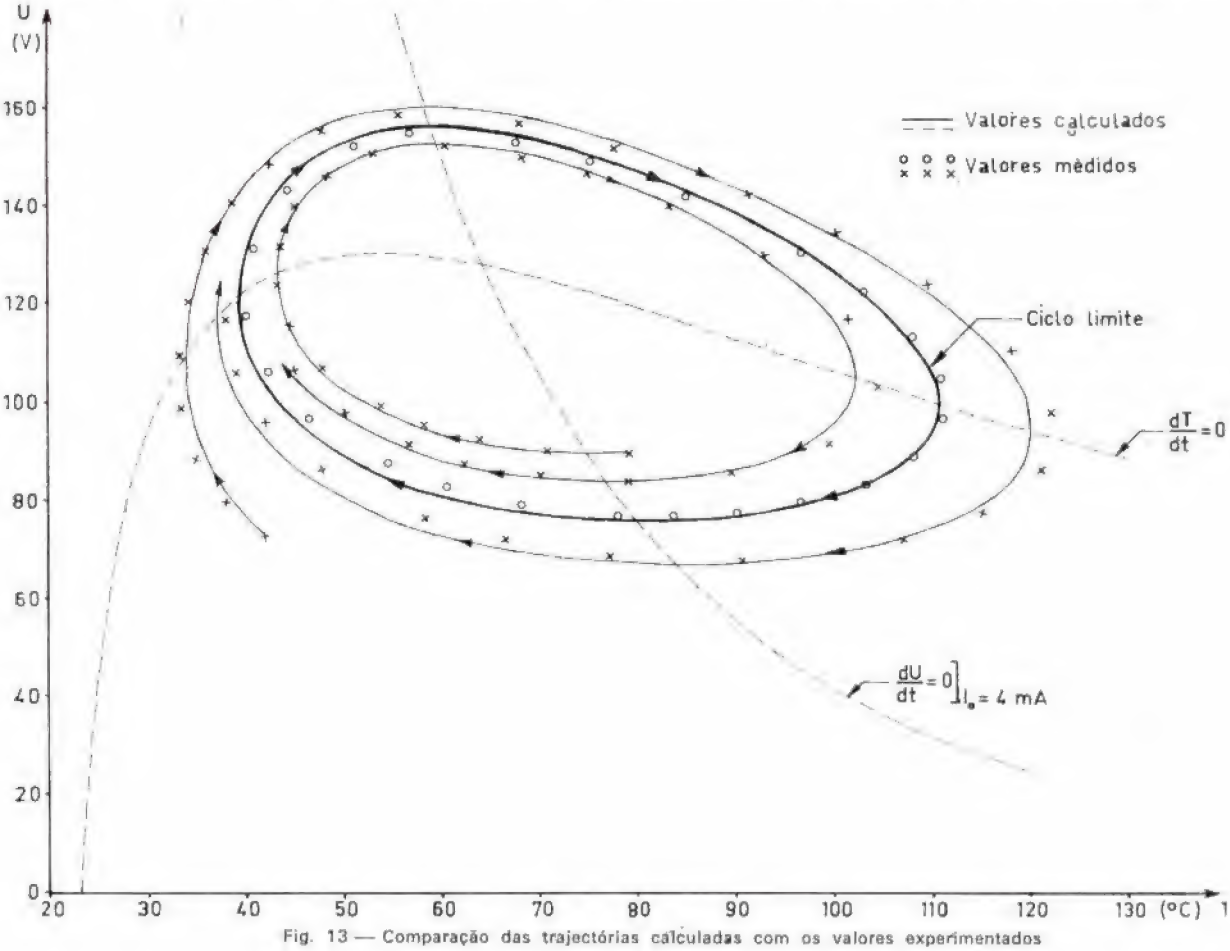


Fig. 13 — Comparação das trajectórias calculadas com os valores experimentados

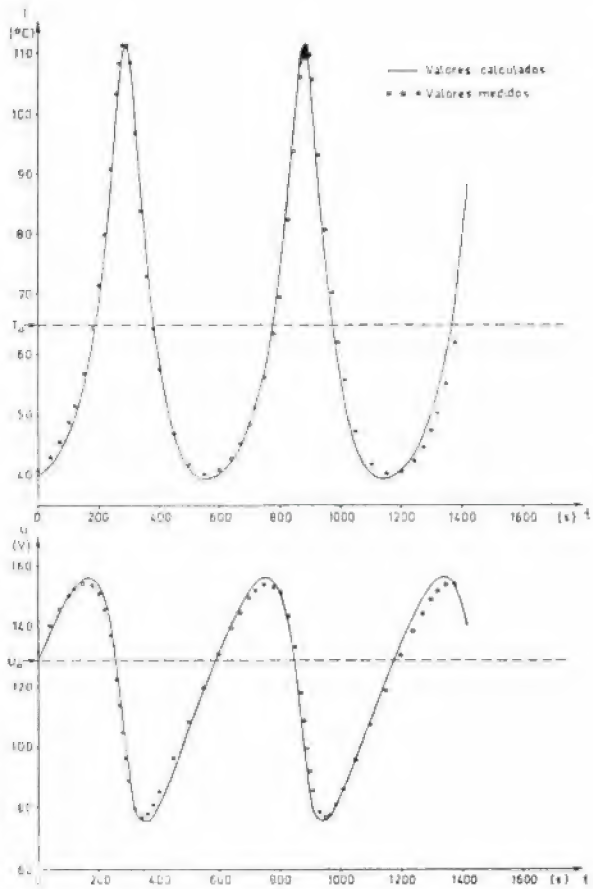


Fig. 14: Comparação dos valores calculados e experimentais das variáveis de estado como função do tempo

talmente. Verifica-se efectivamente a existência dum ciclo limite com a forma e dimensões previstas, convergindo as trajectórias para ele quer as condições iniciais se situem no interior quer no exterior do ciclo.

Na Fig. 14 apresentam-se os mesmos resultados teóricos e experimentais na sua dependência do tempo e no que respeita ao regime periódico final, (ciclo limite da Fig. 13). A concordância das formas de curva calculadas com os pontos experimentais é muito boa.

9 — RESULTADOS OBTIDOS POR SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Para além da situação investigada em 8., utilizou-se a simulação numérica para averiguar o comportamento do sistema para outros valores da capacidade, mantendo as restantes condições de funcionamento. Consideraram-se dois casos extremos, $C = 0{,}5\ C_{cr}$ e $C = 2\ C_{cr}$.

O primeiro caso corresponde a uma situação estável. Largando o sistema com o termistor à temperatura ambiente e o condensador descarregado, ele vem a atingir a situação de equilíbrio mas por intermédio de um processo oscilatório amortecido, Fig. 15. Durante o processo de evolução para o equilíbrio o sistema passa por valores da temperatura e da tensão, particularmente desta última, consideravelmente superiores aos de equilíbrio.

No segundo caso o ponto de equilíbrio é instável e as trajectórias no plano de fases tendem para um ciclo limite, Fig. 16. Dada a situação fortemente sobre-crítica o ciclo é muito mais amplo que o da Fig. 13, particularmente segundo o eixo da temperatura que atingo valores que seriam destrutivos para o termistor usado nas experiências.

Na Fig. 17 comparam-se os dois casos sob o ponto de vista da evolução das variáveis de estado com o tempo e para idênticas condições iniciais. Para além do carácter distinto do regime final, constante num caso, periódico no outro, ressalta a diferença dos períodos de oscilação que se encontram sensivelmente na mesma relação que as raízes quadradas dos valores das capacidades, cerca de 1 para 2 neste caso.

Em relação aos valores de equilíbrio nota-se que a sobre-elevação da tensão predomina no caso da capacidade menor e a sobre-elevação da temperatura no caso da capacidade mais elevada. Neste último caso a curva da tensão aproxima-se de forma dum dente de serra como é típico de oscilações de relaxação, coincidindo a queda rápida da tensão com o pico de temperatura do termistor.

Os gráficos da Fig. 17 permitem uma interpretação física simples do processo oscilatório, neste caso extremo das capacidades elevadas:

Durante a fase crescente da tensão o termistor está frio, a sua resistência é elevada, assiste-se assim praticamente à carga do condensador pela corrente constante do gerador. Daí o crescimento da tensão ser praticamente linear com o tempo. Pode constatar-se também, especialmente na fase de arranque, que a velocidade de crescimento da tensão é inversa do valor da capacidade.

Enquanto o condensador carrega, o progressivo aumento da dissipação no termistor eleva-lhe a temperatura baixando-lhe a resistência até ao ponto em que, para a tensão existente no condensador, toda a corrente do gerador circula agora pelo termistor, parando assim a tensão de crescer. Daqui em diante o progressivo aumento da temperatura do termistor tende a baixar a tensão e o condensador começa a descarregar-se sobre o termistor. Inicia-se assim um processo comulativo em avalanche, pois que agora além da corrente do gerador, contribui para o aquecimento do termistor a corrente de descarga do condensador produzindo-se um rápido aumento da temperatura e rápida descarga do condensaodr através da baixa resistência do termistor. A diminuição da tensão e consequente diminuição da dissipação no termistor permite o seu arrefecimento e o início de um novo ciclo.

Finalmente na Fig. 18 mostra-se o nascimento espontâneo das oscilações quando o sistema é largado na proximidade do ponto de equilíbrio no caso instável e que corresponde à espiral interior do diagrama da Fig. 16. As oscilações de pequena amplitude são praticamente sinusoidais, afirmando-se progressivamente o carácter fortemente não-linear à medida que a amplitude cresce. Notar que a estabilização do regime periódico exigiria tempos superiores a uma hora.

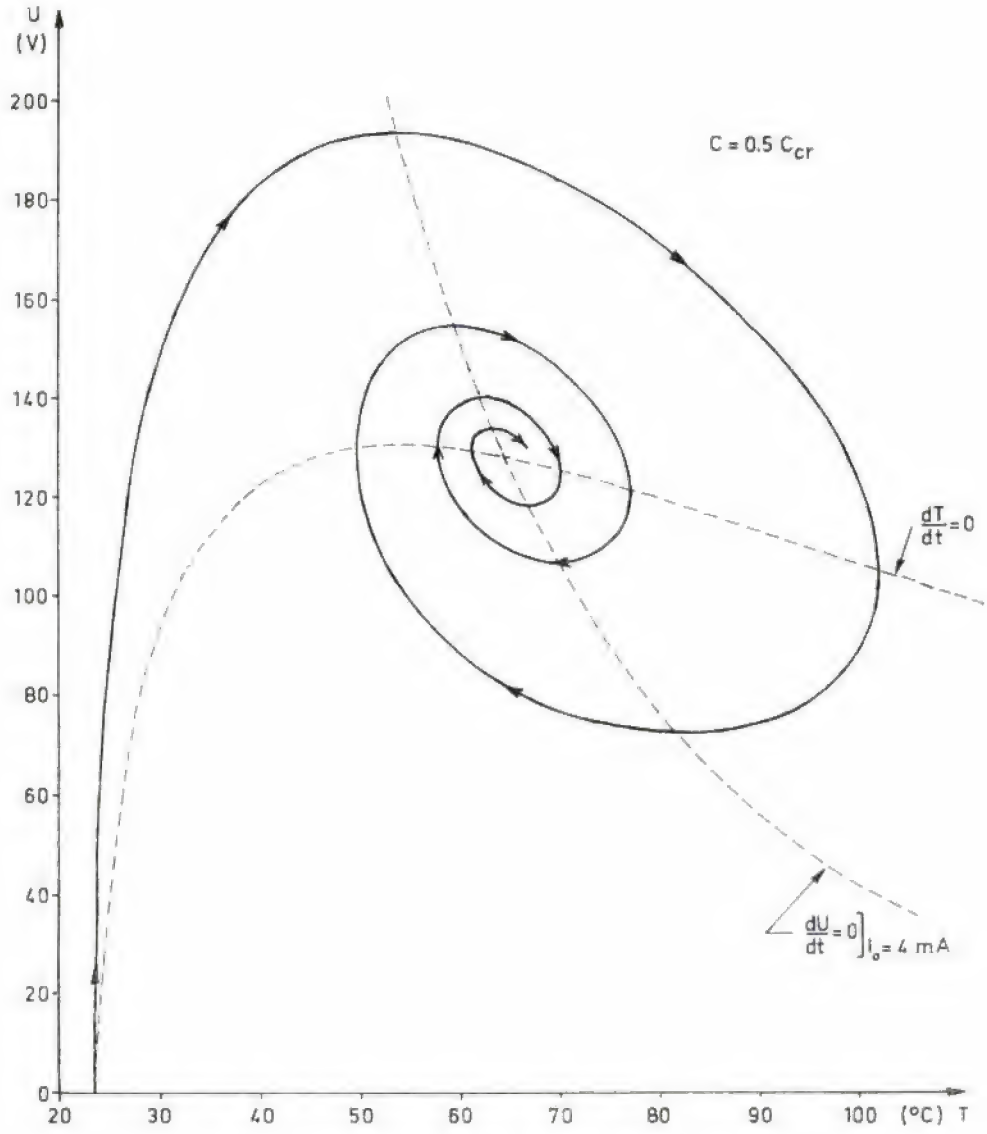


Fig. 15: Trajectória no plano de fases. Caso sub-crítico

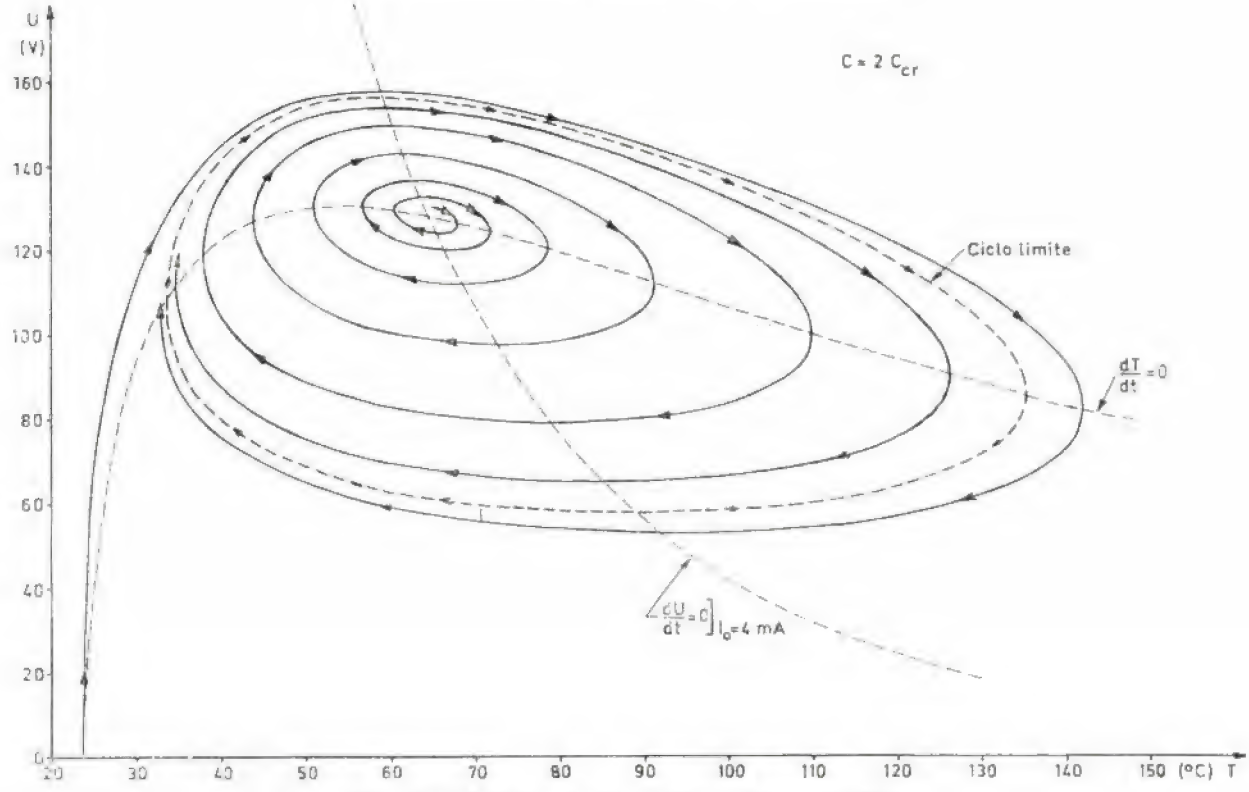


Fig. 16: Trajectórias no plano de fases. Caso sobre-crítico

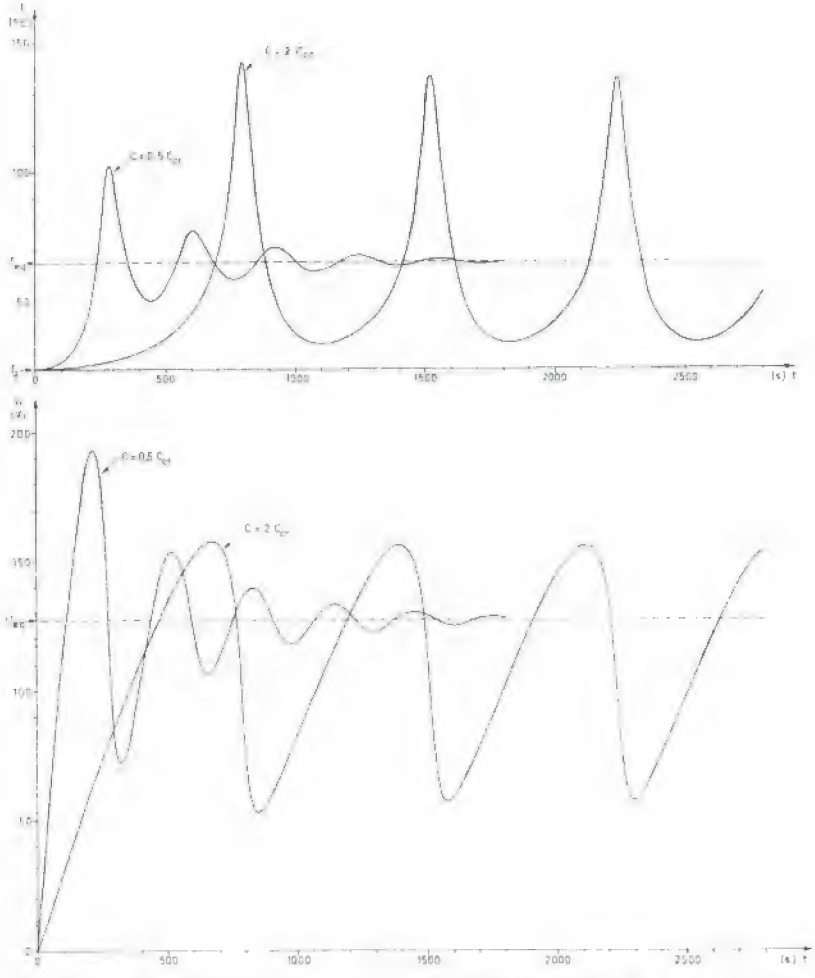


Fig. 17: Evolução das variáveis de estado no tempo. Comparação dos casos sub e sobre-crítico

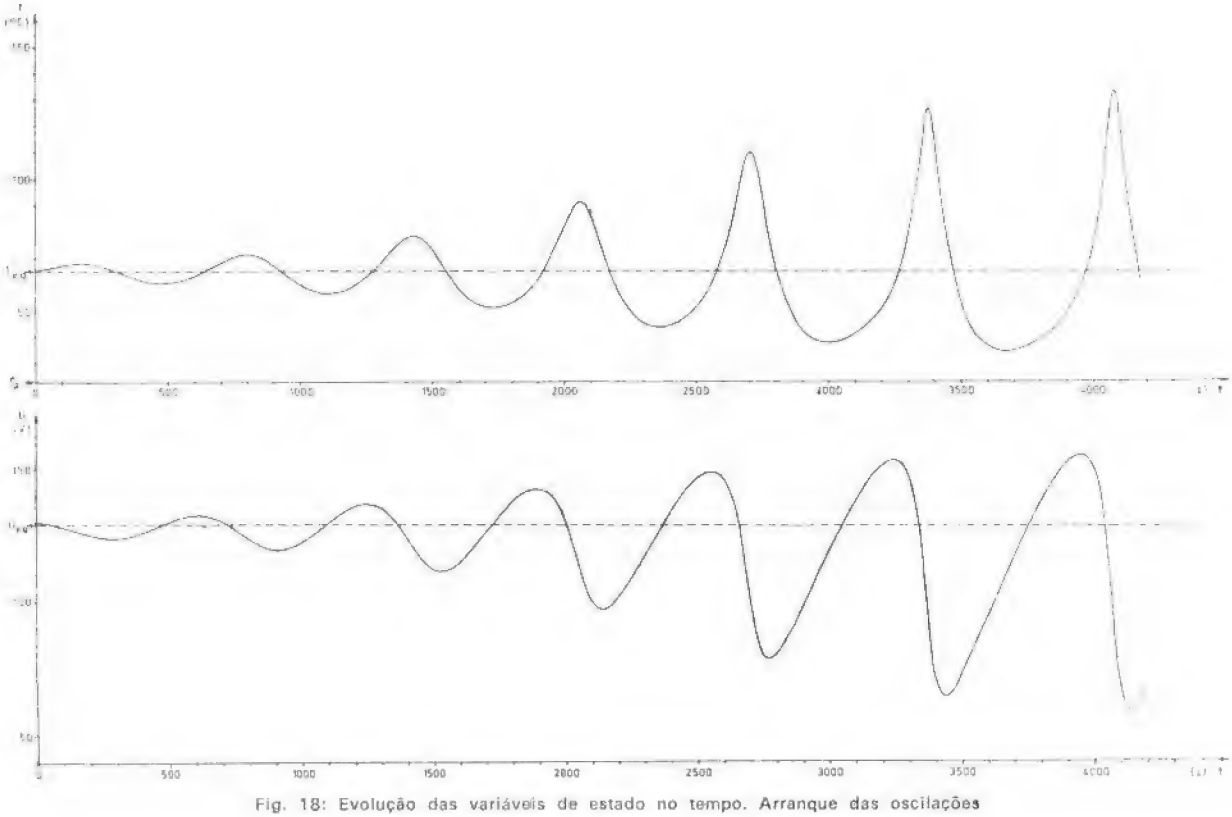


Fig. 18: Evolução das variáveis de estado no tempo. Arranque das oscilações

10 — CONCLUSÕES

O sistema condensador-termistor é sede de oscilações auto-excitadas quando o ponto de funcionamento em repouso determinado pelo gerador ideal de corrente que alimenta o sistema se situa no troço descendente da característica estática corrente-tensão do termistor, e a capacidade do condensador excede um certo valor crítio. A não-linearidade do termistor assegura a existência dum ciclo limite estável. O período das oscilações é essencialmente condicionado pelo valor da capacidade e pela inércia térmica do termistor.

Verifica-se que as propriedades do termistor podem ser descritas adequadamente por uma lei exponencial para a dependência da condutância em relação à temperatura e por uma lei de dissipação função da diferença de temperatura entre o termistor e o ar ambiente envolvendo um termo linear e um termo quadrático de correcção. Esta descrição conduz, no domínio incremental, a um esquema eléctrico equivalente de tipo indutivo onde surge uma resistência que toma valores negativos para pontos de funcionamento no troço decrescente da característica estática.

O comportamento dinâmico do sistema condensador-termistor calculado através da simulação numérica do modelo teórico proposto é confirmado com bastante rigor pelas medidas efectuadas numa montagem experimental.

BIBLIOGRAFIA

[1] C. J. N. Candy, «The specification of the properties of the thermistor as a circuit element in very low frequency systems» Proceedings of the I. E. E. vol 103 parte B, pgs. 398-407, Dezembro de 1954.

[2] R. W. A. Scarr, R. A. Sterrington, «Thermistors, their theory, manufacture and application» Proceedings of the I. E. E. vol 107 parte C, pgs. 395-409, Janeiro de 1960.

[3] Philips Data Handbook, «Part 2, Components and materials pg. C5, 1970.

[4] D. A. Calahan, «Computer aided network design», Capítulo 9.°, McGraw Hill, 1972.

[5] W. Gear, «Numerical initial value problems in ordinary differential equations», Capítulo 9.°, Prentice Hall, 1971.

Feiras, Conferências, Exposições e Congressos

OBJECTIVOS E PROGRAMA	LOCAL, DATA, ORGANIZAÇÕES E INFORMAÇÕES
3.° Journees Internationales Informatique et Industrie «La Telegestions dans l'Industrie»	Paris 29 a 30 de Janeiro - 76
Concrete and Aggregates Industries Look Forward to Giant Houston Show in'76	Houston - Texas 1 a 5 de Fevereiro - 76
Internacional Spring Fair	Birmingham 1 a 5 de Fevereiro - 76
PRO — IN'76 Congresso Internacional e Exposição de Novidades	Düsseldorf 21 a 25 de Fevereiro - 76

MAGUE

«Fornecimento de 20 Guindastes eléctricos para a Administração Geral do Porto de Lisboa, com 3 e 6 toneladas de capacidade de 24 m de alcance.»
(na fotografia, 5 desses Guindastes já em serviço)

PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS	*Projecto e fabrico*
TURBINAS HIDRÁULICAS	*Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*
TURBINAS A VAPOR	*Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie.*
CALDEIRAS A VAPOR	*Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*
EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS	

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L.

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

FILTROS TECIDOS

PARA GAZES E LÍQUIDOS
EM PEÇAS, PANOS, MANGAS OU SACOS

DE QUALQUER FIBRA NATURAL OU SINTÉTICA

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEFS.: 52091 PBX
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESIRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
Tr. do Guarda Mór, 13-r/c
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
R. Francisco Newton, 389/393
C.P. 2178 - Tel. 81 89 7

MOÇAMBIQUE
L. Marques - C.P. 982 - Tel. 74 11 21
Beira - C.P. 1002 - Tel. 7 14 97

NÚMERO 431 DEZEMBRO DE 1975 ANO L VOLUME XXXVII

C. D. U. 624.07:518.3

Reflexões sobre a evolução da Engenharia de Estruturas (*)

EDUARDO R. DE ARANTES E OLIVEIRA

RESUMO

Recordam-se as duas revoluções sofridas pela Engenharia de Estruturas, provocadas respectivamente pela utilização dos princípios da Mecânica ,no século XVIII, e dos computadores digitais em meados do século XX. O desenvolvimento de técnicas de discretização, como a dos elementos finitos, veio permitir a resolução de numerosos problemas. Sente-se no entanto a necessidade de uma profunda modificação dos métodos tradicionais que torne possível uma mais eficaz exploração das potencialidades das máquinas.

SUMMARY

The two revolutions suffered by Structural Engineering, respectively in the XVIII th century, due to the introduction of the principles of Mechanics, and in the XX th century, due to the advent of computers, are first remembered. Attention is then called to the fact that a fully efficient exploration of the capacity of computers can be possible only if a deeper change of traditional methods is achieved.

1 — PARA ALÉM DA GEOMETRIA

1.1 — *Instrumentos matemáticos anteriores ao séc. XVIII*

Uma das interrogações que surgem no espírito ao contemplar certas grandes estruturas, antigas, medievais, renascentistas ou barrocas, é a de quais poderão ter sido os métodos empregados no projecto dessas obras, já que os instrumentos científicos básicos de que se serve o moderno projectista são de utilização relativamente recente.

Sabe-se que se usavam regras empíricas de natureza geométrica [1] no projecto das fundações, pilares, abóbadas, etc., e que essas regras, que procuravam garantir a estabilidade das construções, se empregavam juntamente com outras de significado meramente estético.

Podem servir de exemplo as regras de Alberti para pontes de pedra, as quais são citadas num livro [2] impresso em Florença em 1485: «A largura dos pilares deve ser 1/4 da altura da ponte; o vão livre do arco não deve ser maior que 6 vezes nem menor que 4 vezes a largura dos pilares; a espessura das aduelas não deve ser menor que 1/10 do vão».

Os construtores seguiam tais princípios da arte um pouco como hoje os engenheiros seguem os regulamentos. A grande diferença é que estes constituem o produto final de todo um conjunto de investigações, enquanto que às regras antigas faltava a base científica.

Considerações de ordem geométrica estiveram ainda presentes, como é evidente, na brilhante resolução bizantina do problema da cúpula esférica sobre planta quadrada e na não menos brilhante resolução gótica do da cobertura de um espaço rectangular por uma abóbada apoiada exclusivamente nos quatro cantos, recorrendo à chamada cruzeta de ogivas [3,4].

Acreditava-se que uma solução geometricamente elegante era uma solução estruturalmente correcta.

Tem-se hoje bem consciência de que, embora uma boa solução estrutural tenha de ser geometricamente elegante, nem todas as soluções geometricamente elegantes são boas soluções estruturais. Não é por exemplo a geometria que nos ensina que a forma parabólica é, para um arco de betão, mais lógica que a forma circular, embora esta o possa ser para o arco de pedra porque permite que as aduelas sejam todas iguais (raciocínio puramente geométrico). A geometria também pouco pode dizer-nos sobre as dimensões a dar aos elementos de uma estrutura, e menos ainda sobre o modo como essas dimensões devem variar com o material utilizado

1.2 — *O nascimento da moderna Engenharia de Estruturas*

A engenharia moderna nasceu quando os princípios da Mecânica e da Física passaram a ser aplicados na resolução dos seus problemas.

A primeira tentativa de aplicação da Mecânica na construção fez-se por volta de 1742, quando, por ordem de Bento XIV, os matemáticos Le Seur, Jacquier e Bos-

(*) Conferência preparada para as adiadas 4.as jornadas Luso-Brasileiras de Engenharia Civil.

covich tentaram a análise estrutural da cúpula de S. Pedro de Roma com o fim de estudarem um processo para a eliminação das fendas que nela tinham aparecido [1].

O referido estudo levou à introdução de cinco anéis metálicos que, cintando a base da cúpula, absorveram os respectivos impulsos. Foram postas de lado as desastrosas soluções apresentadas noutros pareceres, as quais envolviam, umas, o enchimento das caixas de escada, outras a remoção da lanterna, outras ainda a construção de quatro contrafortes colossais.

O parecer de Le Seur, Jacquier e Boscovich foi muito atacado.

Disse-se por exemplo que os cálculos não podiam estar certos porque, se estivessem, já a cúpula deveria ter caído. E esta crítica era justa porque na realidade os cálculos estavam errados.

Muito menos razão tinham aqueles que os atacaram com base na ilegitimidade da aplicação da Mecânica e da Física: ter feito essa aplicação foi justamente o grande mérito dos três matemáticos.

A utilização dos princípios da Mecânica determinou o aparecimento da Análise Estrutural e desencadeou uma revolução que transformou totalmente as condições em que os construtores exerciam a sua actividade. Data daí de resto a dramática separação entre engenheiros e arquitectos.

Esta revolução, a que chamaremos a primeira, teve certamente inconvenientes.

Passou-se por um lado a só construir aquilo que se sabia calcular. Perdeu-se por outro lado intuição e imaginação. E o facto de os construtores se terem dividido em arquitectos e engenheiros teve nefastas implicações na arquitectura do século XIX.

As vantagens foram porém muito grandes.

O aparecimento da Análise Estrutural permitiu com efeito a obtenção de soluções mais económicas, a democratização da técnica e a facilidade de extrapolação com base em teorias científicas. E só assim a Engenharia de Estruturas pôde responder aos grandes desafios que lhe foram postos desde os princípios da Idade Contemporânea, desafios esses que resultaram da necessidade de construir muito com recursos limitados, de construir depressa e com segurança, de se adaptar constantemente a novas situações e, finalmente, de aumentar largamente o número de projectistas, cometendo a homens vulgares e não só a génios o encargo de projectar as grandes construções.

1.3 — *O impacto dos computadores*

Originada pelo aparecimento dos computadores, deu-se na Engenharia de Estruturas, por volta dos meados do século XX, aquilo a que pode chamar-se a segunda revolução.

Esta segunda revolução foi em grande parte determinada pelas novas e extraordinárias possibilidades de cálculo, as quais, permitindo que a Técnica se servisse mais largamente dos instrumentos científicos existentes, levaram os engenheiros a penetrar em domínios que antes consideravam fora dos seus interesses.

Assim, por exemplo, antes do aparecimento dos computadores, a determinação de tensões, deformações e deslocamentos em corpos elásticos solicitados por acções exteriores era objecto de duas ciências distintas: a Teoria da Elasticidade, caracterizada pelo rigor e cultivada pelos matemáticos, e a Resistência de Materiais, subordinada à eficácia e desenvolvida pelos engenheiros.

Ora, do impacto dos computadores, que vieram permitir a resolução numérica das equações diferenciais da Teoria da Elasticidade, e, por isso, a sua utilização corrente pelos engenheiros, resultou a síntese de ambas numa única ciência, a Mecânica dos Sólidos, pela qual se interessam simultaneamente hoje em dia os engenheiros e os matemáticos.

A segunda revolução teve assim a virtude de eliminar o inconveniente originado pela primeira de se ter passado a construir exclusivamente aquilo que se sabia calcular. Tal inconveniente deixou efectivamente de o ser desde que as equações diferenciais dos vários modelos estruturais puderam ser objecto de tratamento numérico, isto é, desde que todas as estruturas puderam ser calculadas.

Aos métodos de discretização que permitiram tão extraordinária conquista será dedicada a segunda parte deste artigo. Observamos contudo que para essa conquista muito contribuiu também o desenvolvimento dos métodos experimentais, aos quais só não fazemos referência mais desenvolvida porque não desejamos afastar-nos da nossa especialidade.

Os engenheiros não se contentaram porém com a utilização dos conhecimentos científicos existentes, já que sob a sua solicitação se empreenderam e empreendem numerosas investigações destinadas ao estabelecimento de novas teorias capazes de simularem mais perfeitamente o mundo real e de resolverem problemas mais próximos das necessidades da Técnica. Alguma coisa se dirá quanto a este ponto na terceira parte.

Finalmente, as consequências do aparecimento dos computadores tendem a ser ainda mais profundas, dado que a Técnica, não se limitando a buscar na Ciência instrumentos para resolver problemas mais ou menos clássicos, tende a reformular a sua própria problemática [5].

E o que parece extremamente animador é que tal reformulação é feita, como se verá na última parte deste trabalho, no sentido de libertar o engenheiro do segundo e grande inconveniente da primeira revolução: o da perda de sensibilidade e de imaginação.

2 — PARA ALÉM DA ESTÁTICA

2.1 — *O problema da discretização*

Antes do aparecimento dos computadores digitais, a Teoria das Estruturas incluía unicamente o estudo das estruturas reticuladas, estudo esse a que a necessidade de evitar a resolução de sistemas de muitas equações a muitas incógnitas emprestava dificuldades e deselegâncias que os computadores, mais ou menos indirectamente, muito ajudaram a fazer desaparecer.

A partir da segunda metade da década de quarenta, a complexidade progressiva dos cálculos (sobretudo na

Aeronáutica), as perspectivas revolucionárias que se abriram à resolução de grandes sistemas de equações e a necessidade de formulações que facilitassem a automatização levaram à introdução do formalismo matricial na Teoria das Estruturas [6].

Dez anos mais tarde, isto é, nos anos cinquenta, o problema punha-se já em termos de estender essas formulações à análise de estruturas não reticuladas.

A dificuldade estava toda em que somente as estruturas reticuladas são naturalmente discretas, isto é, só elas gozam do privilégio de, enquanto decomponíveis em elementos idealizáveis como peças lineares, o seu estado de deformação poder ser descrito exactamente em termos de um número finito de parâmetros e, portanto, de a sua análise ser redutível, de modo exacto, à resolução de sistemas de equações algébricas [7].

Já o mesmo não acontece efectivamente com as estruturas não reticuladas, que são regidas por equações diferenciais com derivadas parciais e cuja discretização só pode ser conseguida mediante a introdução de hipóteses aproximadas.

É claro que o problema da resolução numérica de equações diferenciais tinha sido abordado muito antes da década de cinquenta, quer através de métodos de diferenças finitas, quer exprimindo a solução em termos de um número finito de parâmetros, em regra coeficientes de uma combinação linear de funções, e determinando esses parâmetros por diversas técnicas dos quais a de Ritz é talvez a mais notável, quer formulando o problema em termos de sistemas de equações integrais e promovendo a respectiva resolução numérica, método este que mais tarde daria origem à classe mais geral dos métodos integrais.

No ano de 1956 foi no entanto publicado um artigo [8] de importância singular na História da Análise Estrutural, no qual se descrevia pela primeira vez a aplicação de um método, denominado dos elementos finitos, à resolução de problemas de elasticidade plana.

O método não era novo, a bem dizer, dado que já em 1943 Courant tinha publicado um trabalho [9] sobre a resolução de problemas de torção utilizando uma técnica que, no fundo, era a dos elementos finitos. Também Synge [10] trabalhara na mesma técnica dede 1952, e só o facto de os tempos não estarem maduros, pela deficiência dos meios de cálculo então utilizados, explica que a obra dos dois notáveis matemáticos não tenha dado origem imediata à explosão que alguns anos mais tarde se verificaria.

Quais as vantagens da nova técnica?

Tal como a das diferenças finitas, ela pertencia à classe dos métodos, sempre sedutores para o engenheiro, que, embora com sacrifício da precisão, apresentam uma extrema generalidade.

Oferecia no entanto, relativamente à técnica das diferenças finitas, outras vantagens que iriam permitir-lhe destronar esta última.

Em primeiro lugar, libertava o utilizador da tirania do uma rede regular. Permita, em segundo lugar, mais fácil tratamento das condições de fronteira.

Estas duas vantagens que, como veremos, eram mais aparentes que reais, não teriam sido no entanto tão importantes como uma terceira para a popularidade que o método dos elementos finitos veio a alcançar junto dos engenheiros. E essa foi a de ter permitido uma generalização fácil dos conceitos e resultados da teoria das estruturas reticuladas.

Os engenheiros encontraram portanto um método próximo daqueles com que estavam habituados a trabalhar. Mas não só, já que a tal vantagem, de ordem principalmente psicológica, se somava a facilidade da automatização, aproveitando todo o trabalho já desenvolvido no sentido da formulação matricial da Análise Estrutural.

Por outro lado, no plano mais teórico da Mecânica dos Sólidos, a técnica dos elementos finitos trazia a possibilidade de construir um modelo discreto inteiramente análogo aos modelos contínuos tri, bi e unidimensionais, modelo discreto esse que, chamando a atenção para o papel extremamente importante desempenhado pelo conceito de convergência [11], iria lançar nova luz sobre questões como a dos fundamentos da teoria das cascas [12], permitindo a elaboração de uma teoria matemática das estruturas e, talvez mesmo, a de uma mecânica dos meios discretos.

2.2 — *O método dos elementos finitos como técnica de interpolação* *

Considere-se o problema clássico da Análise Numérica que consiste em determinar uma função f que tome em abcissas dadas, x_i, valores fixados f_i, isto é, que verifique as condições:

$$f(x_i) = f_i \quad (i = 1, \ldots, n) \tag{1}$$

Diz-se que f (x) interpola os valores fixados para a função nas abcissas x_i, e o problema correspondente é o da interpolação a uma dimensão no intervalo (x_1, x_n).

Dois tipos de soluções têm sido preconizados para a resolução deste problema.

No primeiro tipo, clássico, a função f (x) tem expressão analítica, em geral polinomial, válida sobre todo o intervalo (x_1, x_n), e pertence à classe $C^{\infty}(x_1, x_n)$, isto é tanto a função como todas as suas derivadas são contínuas no intervalo.

No segundo tipo, a função f (x) é definida seccionalmente, isto é, tem expressões analíticas distintas em diferentes intervalos (x_i, x_{i+1}), sendo assegurada nas extremidades dos intervalos a sua continuidade e a das suas derivadas até à ordem r. Tem-se então o que se chama uma função «spline» (**) da classe $C^r(x_1, x_n)$.

Quando se comparam vários processos numéricos aplicados com um mínimo de competência, observa-se em geral a regra de ganhar por um lado o que se perde por

(*) Relativamente a esta secção e à seguinte, chama-se a atenção para [13].

(**) «Spline» é uma palavra inglesa que designa uma régua flexível de madeira ou metal utilizada para desenhar curvas.

outro. Tudo está portanto em adaptar o processo ao problema a resolver, perdendo o que não faz falta para ganhar o que pode ter utilidade.

No caso presente, a vantagem das soluções do segundo tipo é evidente, já que permitem uma muito maior liberdade na construção das funções. O que com elas se perde não é por outro lado muito significativo porque não se tem normalmente necessidade de que sejam contínuas as derivadas além de certa ordem. Daí a grande superioridade destes métodos.

A duas dimensões podemos ter também soluções dos dois tipos para o problema que consiste em construir uma função que tome valores fixados em pontos, a que daremos o nome de nós, de um domínio bidimensional. Corresponde naturalmente o segundo tipo à subdivisão do domínio em subdomínios poligonais contendo os nós nas suas fronteiras, em regra como vértices, e à utilização de funções interpoladoras com expressões analíticas distintas em cada um desses subdomínios.

A construção dos «splines» pode tornar-se no entanto extremamente difícil, sobretudo se os domínios forem triangulares e não rectangulares, e se se quiser impor a continuidade não só da função como de derivadas de qualquer ordem, inclusivamente da primeira.

Pode utilizar-se no entanto a técnica dos elementos finitos que se distingue da dos «splines» porque a continuidade é imposta nos nós e não necessariamente em todos os pontos das fronteiras entre elementos.

Observa-se que no caso unidimensional não faz sentido distinguir entre as duas técnicas, porque a fronteira se reduz a um único ponto, que é assim simultaneamente, um nó. A distinção surge precisamente a partir das duas dimensões.

Um elemento finito é então um subdomínio fechado associado a um espaço linear de funções definidas sobre esse subdomínio.

Tal espaço linear pode definir-se dando a função f (x) como função linear dos valores interpolados em cada elemento, isto é, fazendo

$$f(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{\varphi}^{e\,T}(\underset{\sim}{x})\ \underset{\sim}{f}^{e} \qquad \text{para} \quad \underset{\sim}{x} \in \Delta^{e} \tag{2}$$

em que Δ^e designa um subdomínio genérico e o índice *e* se refere a tal subdomínio. $\underset{\sim}{f}_e$ representa o vector dos valores que a função toma nos nós do elemento, isto é, dos valores interpolados no elemento *e*.

As funções $\varphi_i^e(\underset{\sim}{x})$, elementos do vector φ^e, tomam valores nulos em todos os nós do elemento excepto no nó *i*. Dizem-se funções de forma («shape functions») [14] associadas com o elemento *e*.

Denominando nó do domínio Δ qualquer dos pontos do domínio que seja nó de um ou mais subdomínios Δ^e, podemos dar à função f (x) uma expressão válida para todo o domínio Δ, desde que se considere o vector $\underset{\sim}{f}$ dos valores interpolados em todo o domínio. Tem-se então:

$$f(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{\varphi}^{T}\,\underset{\sim}{f} = \varphi_n f_n \tag{3}$$

em que φ_n é uma função de forma associada com o domínio e não já com um elemento.

A três dimensões, o problema põe-se praticamente como a duas dimensões, a única diferença residindo em que, sendo muito mais elevado o número de valores a interpolar, valerá a pena utilizar elementos mais complexos, isto é, abrangendo maior número de nós, ou constituídos à custa de elementos mais simples.

O emprego de coordenadas naturais [14] dos elementos, além de oferecer outras vantagens, pode facilitar muito a determinação directa de funções de forma. Entende-se por sistema de coordenadas naturais um sistema de coordenadas locais (isto é, relativo a um determinado elemento e não ao sistema de elementos) que permite especificar a posição de um ponto dentro do elemento por um conjunto de grandezas adimensionais cujos valores variam entre zero e um, valores extremos estes que geralmente se atingem nos nós.

As chamadas coordenadas de área ou volume são as coordenadas naturais utilizadas respectivamente para os triângulos e tetraedros. Para os rectângulos, as coordenadas naturais são as cartesianas com origem no baricentro e eixos paralelos aos lados.

Verificando-se que há dificuldade em cobrir convenientemente domínios de fronteira curva com elementos de lados rectilíneos sem exagerar o número destes, há hoje em dia tendência para utilizar elementos com lados curvos [15], os quais podem ser vistos como resultantes da deformação de subdomínios com lados rectos por uma transformação de coordenadas do tipo

$$x = \underset{\sim}{\varphi}^{e\,T}(\underset{\sim}{\xi})\ \underset{\sim}{x}^{e}\,; \quad y = \underset{\sim}{\varphi}^{e\,T}(\underset{\sim}{\xi})\ \underset{\sim}{y}^{e}\,; \quad z = \underset{\sim}{\varphi}^{e\,T}(\underset{\sim}{\xi})\ \underset{\sim}{z}^{e} \tag{4,5,6}$$

em que $\underset{\sim}{\varphi}^e$ representa um vector de funções de forma.

Se também para a função *f* se tiver a expressão traduzida pela equação (2), o elemento diz-se isoparamétrico. Será sobreparamétrico se forem necessários mais nós para definir a geometria que a função, subparamétrico no caso contrário, que é o caso geral dos elementos de lados rectilíneos.

Os elementos isoparamétricos, cuja popularidade tem vindo a acentuar-se, gozam de propriedades extremamente interessantes.

Assim, se as funções de forma forem tais que se anulem sobre os lados (ou faces, no caso tridimensional) que não contenham o nó a que se referem, a continuidade nos nós implica a continuidade total. Obtemos, por outras palavras, subdomínios que se conformam uns com os outros, sem rasgos nem sobreposições, e funções interpoladoras da classe C^0.

Uma segunda propriedade, que é fundamental para garantir a convergência, exprime-se por um teorema que afirma que, se as funções de forma forem tais que $\sum_i \varphi_i^e = 1$, a função poderá ter dentro de cada elemento uma variação linear arbitrária.

2.3 — *O método dos elementos finitos como método de aproximação*

Seja de novo um domínio Δ com fronteira B, e considere-se uma equação diferencial

$$L\,f = g \quad \text{em } \Delta \tag{7}$$

com condições de fronteira

$$C f = h \quad \text{em } B \tag{8}$$

A resolução exacta de tal equação será problema muito difícil. Pode ser no entanto muito mais fácil determinar uma solução suficientemente próxima da exacta num espaço E_D com número finito, D, de dimensões.

A técnica dos elementos finitos intervém justamente na construção do espaço E_D. Supor-se-á pois no que se segue que os elementos de E_D são as funções f(x) definidas pela equação (3).

Várias técnicas podem ser utilizadas para a determinação da solução aproximada [13].

A técnica mais óbvia é a das colocações, que consiste em seleccionar a função do espaço E_D que satisfaça a equação (7) ou as condições de fronteira (8) num número D de pontos respectivamente do domínio ou da sua fronteira.

É-se assim conduzido ao sistema de equações

$$(L\ \varphi_m)_n f_m = g_n \quad \text{para } P_n \in \Delta \tag{9}$$

$$(C\ \varphi_m)_n f_m = h_n \quad \text{para } P_n \in B \tag{10}$$

em que P_n simboliza o nó de ordem n.

Outro método possível é o dos mínimos quadrados, que corresponde a procurar $f \in E_D$ tal que o integral

$$I = \sum_e \int_{\Delta^e} (L f - g)^2 \, d\Delta^e + \int_{\beta} (C f - h)^2 \, d\beta \geq 0 \tag{11}$$

seja mínimo.

Introduzindo [3] tem-se

$$I = \sum_e \left\{ \int_{\Delta^e} [(L\ \varphi_n) f_n - g]^2 \, d\Delta^e + \int_{\beta^e \cap \beta} [(C\ \varphi_n) f_n - h]^2 \, d\beta^e \right\} \tag{12}$$

A condição de estacionaridade é

$$\delta I = 2 \sum_e \left\{ \int_{\Delta^e} [(L\ \varphi_m) f_m - g]\ (L\ \varphi_n)\ d\Delta^e \delta f_n + \int_{\beta^e \cap \beta} [(C\ \varphi_m) f_m - h]\ (C\ \varphi_n)\ d\beta^e \delta f_n \right\} = 0 \tag{13}$$

e desta condição resulta o sistema de equações lineares:

$$\sum_e \left\{ \int_{\Delta^e} (L\ \varphi_m)\ (L\ \varphi_n)\ d\Delta^e + \int_{\beta^e \cap \beta} (C\ \varphi_m)\ (C\ \varphi_n)\ d\beta^e \right\} f_m = \sum_e \left\{ \int_{\Delta^e} (L\ \varphi_n)\ g\ d\Delta_e + \int_{\beta^e \cap \beta} (C\ \varphi_n)\ h\ d\beta^e \right\} \tag{14}$$

Os dois métodos indicados podem considerar-se casos particulares do chamado método dos resíduos pesados [16], que utiliza um conjunto de funções w_n e impõe que os integrais dos produtos do resíduo por cada uma delas se anulem, isto é, que

$$\sum_e \int_{\Delta} (L f - g)\ w_n \, d\Delta_e + \int_{\beta} (C f - h)\ w_n \, d\beta = 0 \tag{15}$$

Efectivamente, enquanto o método das colocações corresponde a utilizar funções w_n que tomam o valor um num determinado nó de $\overline{\Delta}$ e zero em todos os outros, o método dos mínimos quadrados resulta de se fazer

$$w_n = \begin{cases} L\ \varphi_n & \text{em } \Delta \\ C\ \varphi_n & \text{em } \beta \end{cases} \tag{16}$$

como claramente mostra a equação (13).

Um terceiro método, o método de Galerkine, consiste muito simplesmente em utilizar as próprias funções φ_n como pesos, isto é, em fazer

$$\sum_e \left[\int_{\Delta} (L f - g)\ \varphi_n \, d\Delta^e + \int_{\beta^e \cap \beta} (C f - h)\ \varphi_n \, d\beta^e \right] = 0 \tag{17}$$

Resulta o seguinte sistema de equações:

$$\sum_e \left[\int_{\Delta^e} (L\ \varphi_m)\ \varphi_n \, d\Delta^e + \int_{\beta^e \cap \beta} (C\ \varphi_m)\ \varphi_n \, d\beta^e \right] f_m = \sum_e \left[\int_{\Delta^e} g\ \varphi_n \, d\Delta^e + \int_{\beta^e \cap \beta} h\ \varphi_n \, d\beta^e \right] \tag{18}$$

Outro tipo de métodos que apresentam vantagens grandes sobre os dos resíduos pesados é o dos que recorrem a princípios variacionais associados com a equação diferencial (7) e respectiva condição de fronteira.

As vantagens compreendem-se muito bem se considerarmos um caso concreto que pode ser o do princípio da energia potencial total associado com as equações da Elasticidade.

O princípio afirma que a solução exacta minimiza o funcional

$$F = U - \int_{\Delta} \bar{f}_i\ u_i \ d\Delta - \int_{\beta_1} \bar{\sigma}_i\ u_i \ d\beta \tag{19}$$

no conjunto dos campos compatíveis.

Ora, admitindo a lei de Hooke, sob a forma

$$\sigma_{ij} = h_{ijkl}\ \varepsilon_{kl} \tag{20}$$

vem

$$U = 1/2 \int_{\Delta} \sigma_{ij}\ \varepsilon_{ij} \, d\Delta = 1/2 \int_{\Delta} h_{ijkl}\ \varepsilon_{ij}\ \varepsilon_{kl} \, d\Delta \tag{21}$$

Como

$$\varepsilon_{ij} = 1/2\ (u_{i,j} + u_{j,i}) \tag{22}$$

e

$$h_{ijkl} = h_{jikl} \quad ; \quad h_{ijkl} = h_{ijlk} \tag{23,24}$$

temos ainda

$$U = 1/2 \int_{\Delta} h_{ijkl}\, u_{i,j}\, u_{k,l}\, d\Delta \tag{25}$$

Uma das modalidades de utilização do método dos elementos finitos na Elasticidade (justamente a mais habitual) corresponde a empregar o princípio da energia potencial total e a discretizar os deslocamentos por intermédio de

$$u_i = \varphi_n\, u_{in} \tag{26}$$

Substituindo em (25) e, depois, em (19), obtém-se

$$F = \sum_e 1/2 \int_{\Delta^e} h_{ijkl}\, \varphi_{m,j}\, \varphi_{n,l}\, d\Delta^e\, u_{im}\, u_{kn} -$$

$$- \sum_e \left[\int_{\Delta^e} \bar{f}_i\, \varphi_m\, d\Delta^e + \int_{\beta^e \cap \beta_i} \bar{\sigma}_i\, \varphi_m\, d\beta^e \right] u_{im} \tag{27}$$

A condição de estacinaridade é

$$\delta F = \left[\sum_e \int_{\Delta^e} h_{ijkl}\, \varphi_{m,j}\, \varphi_{n,l}\, d\Delta^e\, u_{kn} - \right.$$

$$\left. - \sum_e \left(\int_{\Delta^e} F_i\, \varphi_m\, d\Delta^e + \int_{\beta^e \cap \beta_i} \bar{\sigma}_i\, \varphi_m\, d\beta_e \right) \right] \delta u_{im} = 0 \tag{28}$$

donde resulta, dada a arbitrariedade dos δu_{im},

$$K_{ikmn}\, u_{kn} = f_{im} \tag{29}$$

em que

$$K_{ikmn} = \sum_e \int_{\Delta^e} h_{ijkl}\, \varphi_{m,j}\, \varphi_{n,l}\, d\Delta^e \tag{30}$$

$$f_{im} = \sum_e \left(\int_{\Delta^e} \bar{f}_i\, \varphi_m\, d\Delta^e + \int_{\beta^e \cap \beta_i} \bar{\sigma}_i\, \varphi_m\, d\beta^e \right) \tag{31}$$

Observa-se que, no caso da isotropria [17],

$$\sigma_{ij} = 2\mu\, \varepsilon_{ij} + \lambda\, \varepsilon\, \delta_{ij} = (2\mu\, \delta_{ik}\, \delta_{jl} + \lambda\, \delta_{ij}\, \delta_{kl})\, \varepsilon_{kl} \tag{32}$$

e portanto,

$$h_{ijkl} = 2\mu\, \delta_{ij}\, \delta_{jl} + \lambda\, \delta_{ij}\, \delta_{kl} \tag{33}$$

A equação (29), contrapartida discreta das equações de Navier, não pode deixar de provocar uma observação que julgamos oportuna e importante.

Essa observação é a de que, apesar de o formalismo matricial ter sido louvado durante tantos anos como o mais adequado à análise automática de estruturas, a experiência desses mesmos anos parece indicar que não é bem assim.

A notação indicial tem com efeito vantagens apreciáveis sobre a matricial, não só porque são as operações indiciais, e não as matriciais, que se programam directamente, mas também porque estas só podem substituir as primeiras se não houver mais de dois índices afectos a cada grandeza. Ora, como se vê, até no caso presente, que está longe de competir em complexidade com aplicações mais sofisticadas do método dos elementos finitos [18], aparecem grandezas com mais de dois índices.

Por outro lado, a utilização de equações discretas, que talvez prenunciem uma Mecânica dos Meios Discretos formulável sem qualquer recurso a teorias contínuas, substituem hoje o rude processo que consiste em programar o cálculo da matriz de rigidez elemento a elemento, sem procurar uma lei de formação comum aos vários elementos, lei essa que o recurso ao formalismo indicial, tanto na Mecânica dos Meios Contínuos como na técnica dos elementos finitos, torna normalmente fácil atingir.

Mas voltemos às vantagens dos métodos variacionais.

Verifica-se que a ordem máxima das derivadas das funções de forma que aparecem na expressão dos K_{ikmn} é inferior à das que intervêm nas equações de Navier, isto é, nas equações diferenciais do problema que estamos a considerar.

Isso significa que as funções de forma φ_n, que são em geral polinominais e devem ter grau pelo menos igual ao das derivadas, podem ser mais simples. No caso presente, por exemplo, podem ser lineares, e não quadráticas, como deveriam ser se recorrêssemos aos métodos das colocações ou dos mínimos quadrados.

O método de Galerkine pode também adquirir esta vantagem se se transformar o primeiro membro de (18) com o auxílio do teorema da divergência. É de resto possível demonstrar que sempre que determinadas equações discretas forem obtidas por aplicação de um princípio variacional o poderão ser também por aplicação do método de Galerkine.

O método de Galerkine é no entanto uma técnica mais geral que a dos princípios variacionais, dado que estes nem sempre existem e o método de Galerkine é sempre aplicável. Sendo assim tão geral e gozando da vantagem que indicámos relativamente ao das colocações, o dos mínimos quadrados, compreende-se que estes últimos, aparentemente tão óbvios, nunca sejam aplicados, e que o método dos elementos finitos seja quase sempre apresentado como técnica variacional quando, no fundo, ele não é mais que uma técnica de interpolação.

2.4 — *Comparação do método dos elementos finitos com o das diferenças finitas*

Estamos neste momento em condições de fazer entre os dois métodos uma comparação razoavelmente lúcida.

Examinemos primeiro a questão sob o ponto de vista da interpolação.

Constatámos a dificuldade em fazer interpolações globais sobre Δ com funções da classe C^{∞}. O método dos elementos finitos remove essa dificuldade sacrificando a continuidade, o das diferenças finitas, sacrificando a globalidade. Considera com efeito, para formar cada uma das equações do sistema, uma interpolação local, isto é, válida somente na vizinhança do nó a que a equação se refere.

Observamos neste ponto que o método das diferenças finitas não obriga a uma rede regular como muitas vezes se afirma. Pode na realidade fazer-se a interpolação em cada ponto por intermédio de uma função polinomial cujos coeficientes se calculam impondo a condição de tomar no próprio nó e nos nós vizinhos (a designar) os valores a interpolar. Esta mesma óptica mostra que as dificuldades habitualmente associadas à expressão das condições de fronteira não são reais.

Sob o ponto de vista da aproximação, o que podemos dizer é que os dois métodos não se distinguem. Isto é, tanto os métodos dos resíduos pesados (colocações, mínimos quadrados, Galerkine, etc.), como os baseados na utilização de princípios variacionais, podem ser utilizados com a técnica das diferenças finitas, tal como com a dos elementos finitos.

A única diferença reside em que tem sido costume utilizar a técnica das diferenças finitas com a das colocações e a dos elementos finitos com princípios variacionais ou com o método de Galerkine.

Nada obsta no entanto a que se utilize a das diferenças finitas também com o método de Galerkine ou com princípios variacionais. Cremos que este procedimento, que já tem sido recomendado por outros autores [19], constituirá passo essencial para a regeneração de uma técnica que tem sido imerecidamente caluniada.

Observa-se somente, em abono dos elementos finitos, que a localidade da interpolação associada com as diferenças finitas exige que o operador seja um operador diferencial, exigência essa que não aparece no caso dos elementos finitos. O forte sentido físico deste último método continuará por outro lado a favorecê-lo.

2.5 — *Exactidão contra generalidade*

Disse-se já que o preço da generalidade é a perda da exactidão. Tudo está pois em saber até que ponto o engenheiro pode dar-se ao luxo de perder exactidão.

Na prática, para responder a esta questão, o engenheiro tem que ter ideia do erro que comete ao abordar a resolução de um determinado tipo de problemas com o auxílio da técnica dos elementos finitos.

Por outras palavras, o método não deve ser aplicado sem controle, e este ponto é tanto mais importante quanto ele se tem divulgado extraordinariamente e está hoje a ser aplicado por pessoas de reduzida experiência que consideram os resultados da análise estrutural de uma placa tão indiscutíveis como os da de um pórtico.

Ora a verdade é que o método dos elementos finitos é daqueles instrumentos que não pode ser depositado em todas as mãos, mas só naquelas que sirvam cabeças capazes de subdividir adequadamente o corpo em elementos (e quanto a este ponto tem interesse referir as investigações tendentes a estabelecer a decomposição óptima [37]) e de adequadamente interpretar os resultados.

Nisto, o método tem semelhanças com as técnicas experimentais, das quais tudo pode tirar-se se não houver um mínimo de cuidado e de espírito crítico. E, como no caso destas, nenhum relatório apresentando um cálculo efectuado com o auxílio do método dos elementos finitos terá valor se não indicar todas as condições em que foi executado, de modo, que possa ser repetido e criticado por qualquer leitor qualificado. É nomeadamente indispensável que se indique como se fez a decomposição do corpo em elementos.

Torna-se por outro lado muito importante comparar os resultados obtidos pelo método dos elementos finitos com resultados obtidos por métodos mais precisos, nos casos particulares em que estes possam ser aplicados, e extrapolar as conclusões para outros casos em que o primeiro seja o único viável.

É bem típica deste procedimento a investigação [20] feita sob nossa orientação para controlar os resultados fornecidos pelo método dos elementos finitos para o problema da estaca cravada num terreno supostamente elástico e submetido à acção de uma força horizontal.

A dificuldade do emprego do método dos elementos finitos está neste caso associada com o facto de, sendo o domínio ilimitado, se correr o risco de utilizar um número insuficiente de elementos.

O método por nós empregado, baseado na solução do problema de Mindlin, só pode servir no caso demasiadamente particular da homogeneidade e linearidade. Só para esse caso permite pois, em rigor, tirar conclusões sobre a conveniência de uma certa decomposição do semi-espaço em elementos.

É porém natural admitir que uma mesma decomposição que sirva no caso linear e homogéneo possa ser utilizada na resolução de problemas com heterogeneidades e não-linearidades, e até que o erro de discretização seja da mesma ordem de grandeza.

Os métodos numéricos de alta precisão, como os métodos integrais, conservam pois a sua utilidade.

Conservam-na também os métodos formais, capazes sobretudo de projectar luz sobre situações limites que os métodos numéricos só grosseiramente são susceptíveis de tratar.

Quem, por exemplo, terá a coragem de concluir, de uma análise feita com elementos finitos, que num disco submetido à acção de forças concentradas iguais e opostas, actuando nas extremidades de um diâmetro, as tensões normais na direcção perpendicular ao das forças se distribuem uniformemente? E no entanto trata-se de conclusão importante, a avaliar pelo partido que dela tira o chamado «ensaio brasileiro [21]».

As soluções formais devem pois continuar a ser utilizadas, isoladas ou sobrepostas com outras determinadas pelo método dos elementos finitos. Com sobreposições deste tipo pode abordar-se nomeadamente o estudo dos efeitos de fendas e de qualquer tipo de singularidades [22].

Deve pois concluir-se que, apesar de todas as suas qualidades, o método dos elementos finitos não é uma panaceia, e que não se justifica de modo nenhum a atitude daqueles que, desde que ele existe, julgam possível desprezar a análise.

3 — PARA ALÉM DA DISCRETIZAÇÃO

3.1 — *Investigações em curso*

Quem se der ao trabalho de examinar o índice de uma revista como o «International Journal of Computer and Structures» terá a surpresa de constatar que muito poucos artigos têm por tema o método dos elementos finitos, o que de resto explica que, embora as investigações consagradas aos métodos dos elementos finitos tenham vindo a diminuir de volume, o número de trabalhos publicados sobre a análise e síntese de estruturas mostre forte tendência para aumentar [23].

O método dos elementos finitos não é na realidade senão uma técnica de discretização e, portanto, nada mais que um instrumento matemático para o estudo de fenómenos complexos de cuja simulação e consequente análise se ocupam hoje em dia cada vez mais os investigadores.

Temos assim, além das investigações dedicadas ao método dos elementos finitos, trabalhos que se distribuem nomeadamente pelos seguintes domínios:

— Outros métodos numéricos;

— Idealização e análise de estruturas especiais;

— Teorias elásticas contínuas lineares (vigas, cascas, maciços, etc.);

— Termoelasticidade;

— Elasticidade finita;

— Problemas geometricamente não-lineares;

— Não-linearidades físicas;

— Plasticidade;

— Viscosidade;

— Instabilidade;

— Dinâmica;

— Solicitações;

— Segurança;

— Optimização;

— Programação.

Não se incluem aqui os estudos feitos sobre materiais, em relação aos quais há sobretudo que mencionar, por um lado, as contribuições dos engenheiros, e, no caso que nos interessa especialmente, que é o da engenharia civil, os estudos efectuados sobre o material betão armado, por outro lado, as contribuições dos físicos e dos matemáticos que deram considerável desenvolvimento à moderna Mecânica dos Meios Contínuos.

Na evidente impossibilidade de tocar em todos os domínios mencionados, limitar-nos-emos a falar um pouco sobre os problemas geometricamente não-lineares, porque julgamos poder comunicar algo não inteiramente banal, e sobre a optimização, dando informação que, para o capítulo seguinte, será de utilidade.

3.2 — *Problemas geometricamente não lineares*

A equação (29), baseada na equação (22), não é válida senão enquanto forem admissíveis as hipóteses simplificativas que caem dentro daquilo a que se costuma chamar linearidade geométrica.

Em casos em que não sejam de admitir tais hipóteses, haverá que partir da expressão exacta das relações deformações — deslocamentos, isto é,

$$\varepsilon_{ij} = 1/2\,(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{\kappa,i}\,u_{\kappa,j}) \tag{34}$$

que, introduzida na expressão da energia potencial total (19) juntamente com (26), conduz à seguinte condição de estacionaridade [24]:

$$\sum_e \left[\int_{\Delta e} h_{ijmn}(\delta_{pm} + \varphi_{r,m} u^{\circ}_{rp})\, \varphi_{s,n} \varphi_{n,j} (\delta_{\kappa i} + \right.$$

$$\left. + \varphi_{m,i} u^{\circ}_{m\kappa})\, d\Delta e + \int_{\Delta e} \sigma_{ij} \varphi_{n,j} \varphi_{s,j}\, d\Delta e\, \delta_{p\kappa} \right] \Delta u_{sp} = \Delta f_{n\kappa} \tag{35}$$

A equação (35) substitui a equação (29) tanto nos casos em que intervenham grandes deslocamentos como grandes deformações.

Em trabalhos anteriores [25] preconizámos no entanto um método apropriado para grandes deslocamentos e pequenas deformações, que é na realidade muito mais simples que o baseado na resolução da equação (35).

Esse método considera os deslocamentos $u_{\kappa n}$ decompostos em duas parcelas, representando a primeira um deslocamento de corpo rígido de componentes $\hat{u}_{\kappa n}$, tal que sejam pequenos os deslocamentos da segunda parcela, $\tilde{u}_{\kappa n}$. Tem-se pois

$$u_{kn} = \hat{u}_{kn} + \tilde{u}_{kn} \tag{36}$$

Sendo os deslocamentos $\tilde{u}_{\kappa n}$ pequenos, podemos utilizar a equação (29) sob a forma

$$K_{ikmn}\, \tilde{u}_{kn} = f_{im} \tag{37}$$

Introduzindo (36) em (47), obtém-se

$$K_{ikmn}\, u_{kn} = f_{im} + f^{f}_{im} \tag{38}$$

em que

$$f^{f}_{im} = K_{ikmn}\, \hat{u}_{kn} \tag{39}$$

Quer dizer: a equação (29) pode ser usada desde que haja o cuidado de somar às forças reais uma parcela de forças fictícias f^{f}_{im} dependente do deslocamento de compo rígido $\hat{u}_{\kappa n}$.

A dificuldade em utilizar a equação (38) reside evidentemente na determinação dos deslocamentos $\hat{u}_{<n}$.

A dificuldade não chega a existir se o problema consistir em calcular as forças a partir de dada configuração. Se o problema a resolver for no entanto o inverso, o de calcular os deslocamentos a partir das forças, poder-se-á recorrer a um processo incremental em que os deslocamentos rígidos e os coeficientes de rigidez $K_{i<mn}$ correspondentes a cada configuração poderão ser determinados a partir da configuração anterior.

3.3 — *Optimização*

Parece dever-se a Galileu o primeiro trabalho sobre optimização estrutural, datado de 1638 e incidindo sobre vigas de igual resistência à flexão [26]. Seguiu-se-lhe uma quinzena de autores, até 1904, ano em que Mitchell publicou o seu notável trabalho, «The Limit of Economy of Material in Frame Structures» [27], consagrado à determinação da geometria óptima de treliças.

Talvez nenhum engenheiro tivesse tido a ideia de projectar estruturas semelhantes às de Mitchell, até porque a teoria negligencia os fenómenos de instabilidade que condicionam fortemente as barras comprimidas. Não deixaremos no entanto de observar que certas estruturas biológicas se parecem notavelmente com estruturas de Mitchell.

Os processos actuais de optimização de estruturas podem ser classificados nas seguintes categorias [28]:

a) optimização geométrica;

b) optimização baseada em critérios de optimalidade;

c) optimização por via numérica;

d) métodos mistos.

Cabe na primeira a já mencionada teoria de Mitchell.

Os critérios de optimalidade são, em princípio, condições a que a solução óptima tem que obedecer, isto é, condições necessárias de óptimo.

Às vezes, no entanto, tais critérios não são mais que condições que caracterizam, não a solução óptima, mas soluções que se sabe estarem suficientemente próximas da óptima.

No que se refere à optimização estrutural, o exemplo clássico, no caso de a função objectivo ser o peso da estrutura ou de se fixar a geometria desta, é o critério da simultaniedade dos modos de colapso, o qual supõe que a estrutura óptima é aquela para a qual todos os possíveis modos de colapso se atingem simultaneamente [29].

Se o número de modos de colapso for igual ao de variáveis definidoras da estrutura, o critério fornece um sistema com o mesmo número de equações e de incógnitas cuja solução determina a estrutura óptima. Se for inferior, não chega evidentemente para determinar a estrutura óptima, mas facilita a sua determinação por via numérica, servindo assim de base a um método misto.

O critério do aproveitamento máximo das secções («fully-stressed design»), implícito na investigação de formas de igual resistência, e que no caso geral de sistemas de elementos finitos se transforma em critério do aproveitamento máximo dos elementos, constitui particularização do anterior [30].

Trata-se de um critério cuja legitimidade é evidente para as estruturas isostáticas, em que os esforços nas barras não dependem das respectivas secções, mas que deixa de ser válido para estruturas hiperstáticas em que a solução de peso mínimo nem sempre é uma solução com aproveitamento máximo das secções. Um teorema demonstrado em 1873 por Maurice Lévy afirma mesmo a inexistência em geral, isto é, para solicitações arbitrárias, de treliças hiperstáticas de igual resistência [26].

A experiência mostra no entanto que, pondo de lado não só as treliças como certos casos patológicos, e desde que não se imponham outros contrangimentos além do das tensões máximas, o «fully-stressed design» dá estruturas suficientemente próximas das óptimas. Grandes vantagens do critério, que é normalmente utilizado como base de um processo iterativo, são a rapidez de convergência do referido processo, rapidez essa que se verifica sempre que se estiver fora dos tais casos patológicos, e o facto de o número de iterações necessárias não depender praticamente do número de variáveis em jogo.

A ideia do aproveitamento máximo é no fundo a de que, na solução óptima, cada uma das desigualdades que traduzem os constrangimentos das tensões devem ser satisfeitas como igualdades. Não admira que tal concepção tenha sido generalizada e aplicada a outros tipos de constrangimentos, como os que se traduzem por limitações dos deslocamentos.

Tem-se apresentado também critérios de optimalidade baseados nos teoremas de mínimo da Teoria das Estruturas. Principalmente devidos a Prager [31, 32, 33], consideram como única função objectivo o peso (ou o volume) da estrutura, mas contemplam diferentes tipos de constrangimentos.

Todos os critérios mencionados supõem fixa a geometria das estruturas.

Os problemas que envolvem a determinação de geometrias óptimas («optimal layout») [34] são muito mais complicados, não se conhecendo mesmo para eles critérios gerais de optimalidade.

A optimização numérica [35], quase sempre baseada em técnicas de programação matemática, linear, quadrática, dinâmica ou geométrica, é então em regra a única possível, dado que a optimização geométrica, baseada na teoria de Mitchell, é de alcance muito limitado.

Mesmo assim o problema da determinação da configuração óptima só foi resolvido até agora, considerando ou não o risco da instabilidade, para treliças estaticamente determinadas. Demonstrou-se por outro lado que, sendo as tensões máximas independentes dos esforços, o que só acontece quando não se considera a instabilidade, a solução existe sempre mas não é necessariamente única.

Os resultados que acabam de ser mencionados supõem uma só hipótese de carga e constrangimentos unicamente nas tensões. Em casos em que não se dêem

tais condições, prova-se que a solução óptima é uma treliça hiperstática de barras não maximamente aproveitadas, o que de resto concorda com o já citado teorema de Maurice Lévy.

Menciona-se como curiosidade uma técnica recente para a determinação da configuração óptima de treliças, a qual se baseia no teorema de Mitchell, que fornece a configuração inicial, e nos princípios biológicos da evolução, que sugerem estratégias óptimas para processos de optimização de sistemas [36].

Aparenta-se com este problema da determinação de configurações óptimas o problema, já mencionado no capítulo anterior, da determinação da decomposição óptima de um corpo em elementos finitos, para o qual foi já estabelecido um critério de optimalidade que consiste em dispor os elementos de harmonia com as linhas (ou, no espaço, superfícies) de igual densidade de energia de deformação [37]. O problema pode também evidentemente ser abordado exclusivamente por técnicas numéricas.

Os métodos numéricos têm em todos estes problemas de optimização a grande vantagem da generalidade, generalidade essa que lhes permite considerar funções-objectivo não mecânicas, em relação com as quais não poderão já estabelecer-se critérios de optimalidade baseados nos princípios da Mecânica. A necessidade de considerar tais funções-objectivo aparece sobretudo na engenharia civil, visto que na aeronáutica a minimização do peso da estrutura tem interesse bem real.

De qualquer modo, o que parece lógico é encarar o problema da segurança como problema de optimização [38], tomando para função-objectivo o custo generalizado ou total,

$$c = c_i + p\, c_c \qquad (40)$$

resultante da soma do custo inicial, c_i, e do produto da probabilidade de colapso, p, pelo custo do colapso, c_c, por sua vez resultante do custo dos prejuízos, que é independente de p, somado com o custo inicial, isto é,

$$c_c = c_p + c_i \qquad (41)$$

Observa-se que o custo inicial depende de p e da configuração E da estrutura, pelo que a função-objectivo pode ser expressa por

$$c(p, \mathbf{E}) = c_i(p, \mathbf{E})\ (1+p) + p\ c_c \qquad (42)$$

O problema está pois todo na determinação da configuração e da probabilidade de colapso que dêem origem ao custo generalizado mínimo. Observa-se que a configuração é também função de p, dado que a probabilidade de colapso condiciona os coeficientes de segurança.

Em regra, para simplificar o problema, fixa-se a probabilidade de colapso, p, e determina-se a configuração correspondente ao mínimo custo generalizado. Não chega portanto a determinar-se o valor de p que conduz ao valor mínimo dos mínimos de c. Outras vezes ainda, fixa-se o custo generalizado e determina-se a configuração que conduz ao valor mínimo de p.

De qualquer modo, quanto mais realisticamente se põe o problema da optimização das estruturas, mais formidáveis são as dificuldades que se levantam no caminho da sua resolução. Ao tentar libertar-se da fama mais ou menos merecida de somente resolver problemas académicos, a síntese estrutural vê assim surgir obstáculos dos que normalmente não se removem sem uma completa reformulação dos problemas, neste caso só possível depois de uma mais profunda reflexão sobre a utilização dos computadores digitais na Engenharia. A ela se dedica o próximo capítulo.

4 — PARA ALÉM DOS CALCULOS

4.1 — *O papel do engenheiro e do computador*

A característica essencial do engenheiro é a de tomar decisões, relativas por exemplo à localização das obras, ao seu dimensionamento, aos materiais, às despesas, à segurança [39].

Para tomar tais decisões, o engenheiro baseia-se em informações relativas a exigências mínimas a que as soluções devem satisfazer, a códigos a que é necessário obedecer, a condicionamentos de ordem topográfica e geológica, aos recursos disponíveis e a limitações próprias dos materiais.

Um gabinete de projectos pode justamente ser visto como um sistema de processamento da informação, onde a informação bruta se condensa, transforma, cataloga, memoriza e combina com mais informação. Tal processamento ou manipulação da informação faz-se através do seu arquivo, classificação e comunicação, da execução de cálculos, da verificação e ensaio de soluções, da comparação com soluções antigas, do estudo de variantes, da elaboração de desenhos, gráficos e tabelas.

É nestas tarefas que a maior parte dos engenheiros exerce actualmente a sua actividade. Quer dizer: a maior parte dos engenheiros são hoje em dia meros processadores de informação desempenhando funções que seriam com absoluta vantagem desempenhadas por computadores.

No futuro, o engenheiro aparecerá cada vez mais como agente de decisões e o computador como processador da informação em que vão basear-se essas decisões.

4.2 — *Os problemas de engenharia como problema de optimização*

Os problemas do engenheiro são no fundo problemas de optimização [39].

Ao engenheiro não interessa com efeito somente uma solução, mas a solução óptima. A ideia de optimização só não chega a ser explicitada nos casos mais correntes porque uma longa experiência leva a adoptar directamente soluções que se crê implicitamente estarem próximas das óptimas.

Duas metodologias são possíveis.

A primeira consiste em formular o problema em termos matemáticos precisos, resolvendo-o por técnicas matemáticas conhecidas, como as que se mencionaram

no capítulo anterior, tudo se passando dentro do computador sem intervenção humana desde que os dados entram até que os resultados saem (optimização directa).

Este método tem dois inconvenientes graves: a dificuldade da adaptação dos problemas reais a processos sistemáticos de optimização, e a dificuldade da própria formulação matemática dos problemas, mais precisamente, da fixação das funções objectivo, isto é, daquilo que se pretende optimizar.

Muitas vezes, com efeito, a solução resulta de um compromisso entre, por exemplo, a optimização económica e a estética, ou entre o custo e a segurança. Ora, quase sempre, não só é impossível formalizar esse compromisso como cada uma das optimizações parciais é discutível em si mesma. Que significa optimização estética? Como poderão avaliar-se exactamente os riscos? Como poderão encerrar-se numa fórmula todas as possíveis implicações de determinadas decisões?

A segunda metodologia (optimização por simulação) tem também na base, como é natural, um modelo matemático que simula o funcionamento do sistema a optimizar. Mas, enquanto na optimização directa o modelo matemático fica subordinado à formulação e resolução do problema de optimização, nesta, basta apenas simular com a maior fidelidade e com suficiente generalidade par que todos os parâmetros significativos possam ser variados. As decisões sobre a variação dos parâmetros e o próprio reconhecimento da decisão óptima resultam da intervenção directa do engenheiro.

Asim, neste último método, a sensibilidade e a experiência pessoal, por um lado, a tradição profissional por outro, permitem curto-circuitar o processo de optimização, levando a soluções que se admite estarem próximas das óptimas.

Estarão?

Se nalguns casos isso é duvidoso, noutros a sensibilidade diz-nos que efectivamente estão próximas dum óptimo que por resultar de um compromisso, às vezes nebuloso, nem sempre somos capazes de definir com precisão.

A conclusão importante a reter é a de que a automatização completa não é geralmente possível em problemas reais, embora o possa ser em problemas parcelares, a utilização de cujas soluções fica no entanto sempre dependente de um julgamento lúcido por parte do engenheiro.

A optimização por simulação exige no entanto uma fácil comunicação homem-máquina [40], o que envolve o desenvolvimento de linguagens de programação adequadas, fácil acesso aos computadores («time-sharing», etc.) e dispositivos adequados para entrada de dados e saída de resultados, como pantalhas de raios catódicos, traçadores de gráficos, dispositivos de leitura de desenhos, máquinas de desenhar, etc. E há certamente mais a esperar, neste momento, do desenvolvimento acertado e da divulgação de dispositivos deste tipo que do progresso dos processadores centrais que costumam ser considerados como a parte nobre dos computadores.

4.3 — *A adaptação da profissão aos computadores*

Embora o método clássico do engenheiro apresente, como se viu, características que não podem ser sacrificadas, não há dúvida de que a profissão precisa de ser adaptada às circunstâncias novas e, muito especialmente, aos computadores.

Uma primeira adaptação diz respeito aos gabinetes de projectos e às empresas em geral.

Um gabinete de projectos tem de passar a constituir um sistema integrado, como um navio, e o tipo de organização antiga em que coexistiam, mas não comunicavam, um sector técnico e um sector comercial, dependentes ambos de uma direcção a cujo nível se combinavam as informações que ambos forneciam, tende a ser substituído por um modelo com um sector técnico-comercial, orientado para os projectos, um sector analítico, orientado para os problemas, e um sector de cálculo, contendo o computador e os programadores, todos trocando informações entre si e com a direcção, que não deixa evidentemente de estar no centro, animando, coordenando e sintetizando [41].

Esta organização moderna tem evidentemente influência sobre a formação dos engenheiros, suscitando o aparecimento de um novo tipo de profissionais, os engenheiros analistas, adequados ao sector analítico e portanto voltados para as formulações gerais. Os especialistas de tipo clássico,que estabelecem a ponte para os problemas concretos, actuam no sector técnico-comercial. Do contacto entre uns e outros nascem os modelos físicos dos problemas concretos, assim como do contacto entre o sector analítico e o centro de cálculo nascem os modelos matemáticos imediatamente programáveis. É evidente que nas organizações mais rudimentares as funções serão acumuladas e não chegarão forçosamente a explicitar-se em sectores separados.

Uma segunda adaptação diz respeito à codificação e formalização dos processos e à coordenação dos dados.

Exige-se com efeito uma minuciosa reflexão sobre os processos tradicionais que permita simplificar, codificar e formalizar, de modo a melhorar a comunicação entre empresas e a facilitar o acesso a dados sobre materiais, produtos, regulamentos, normas, custos, etc [42].

Há portanto que estabelecer esquemas normalizados para a execução de tarefas dentro do processo de planeamento da construção, passando pelo projecto, pela adjudicação e pela construção propriamente dita, podendo tais esquemas ser eventualmente apresentados sob a forma de organogramas [43].

A utilização e aperfeiçoamento de sistemas de codificação permitirá por outro lado que os desenhos contenham toda a informação [44] necessária e que ao mesmo tempo se mantenham simples, libertando o projectista da tarefa de pormenorizar. O ideal será que venham a ser lidos directamente pelos computadores.

4.4 — *A valorização de tarefas tradicionalmente menosprezadas*

Em virtude do que se tem dito torna-se claro que a revolução que os computadores vieram provocar tem vantagens com significado em si mesmas, isto é, que seriam

válidas mesmo se não houvesse computadores. A minuciosa reflexão que o aparecimento dos computadores determinou veio com efeito revelar uma necessidade de racionalização que há muito tempo se fazia sentir e que esse aparecimento simplesmente tornou mais premente.

Assim, se há alguns anos se tivesse perguntado aos engenheiros qual era o produto mais importante dos gabinetes de projecto, a maioria talvez respondesse que eram os cálculos, e esta resposta facilmente se explica se se atender a que era nos cálculos que essas engenheiros gastavam a maior parte do seu tempo.

Agora, porém, que a tarefa de elaborar cálculos, como processamento de informação, tende a passar aos computadores, começa-se a reconhecer que os produtos acabados dos gabinetes de projectos são essencialmente os desenhos, os cadernos de encargos e os orçamentos.

Esta conclusão tem qualquer coisa de irónico porque, se os desenhos sempre foram considerados importantes, a execução de medições e o cálculo de custos unitários para a elaboração de orçamentos e a preparação de cadernos de encargos eram considerados tarefas pouco nobres.

Encarar estas tarefas na sua generalidade, de modo a equacionar o problema da sua automatização, teve no entanto a consequência de as nobilitar.

Tudo se prepara hoje para que o computador possa ler automaticamente os desenhos codificados, formando a lista dos trabalhos a efectuar e dos números que traduzem as respectivas medições. Recorrendo aos custos unitários conservados em memória [45], o computador elabora então, por um lado, automaticamente os orçamentos. Por outro lado, a mesma lista de tarefas permite-lhe reunir e imprimir um certo número de disposições aplicáveis [46] e formar o caderno de encargos.

4.5 — *A valorização da intuição e da imaginação*

Seja agora o nosso último ponto de reflexão.

Automatizando, o computador liberta o engenheiro das tarefas de rotina, permitindo-lhe pensar em termos globais, ter uma visão de conjunto, educar a sensibilidade mediante a exploração fácil, para cada modelo que simule a realidade, do espaço das soluções possíveis.

Nestas condições, o construtor pode libertar-se verdadeiramente, como atrás se afirmou, do segundo inconveniente trazido pela primeira revolução: a decadência da intuição e da imaginação.

Mais do que isso: o técnico fica liberto para a consideração de problemas que transcendem a própria Técnica, e assim adquire uma dimensão de humanista, singularmente apto a fazer a síntese de todas as contribuições do passado.

AGRADECIMENTO

Agradece-se à Fundação Calouste Gulbenkian o financiamento do presente trabalho através do Projecto Matemáticas Aplicadas à Engenharia Civil.

REFERÊNCIAS

1 — STRAUB, H. — «A History of Civil Engineering», The M. I. T. Press, 1964.

2 — ALBERTI, L. B. — «De Re Aedificatoria», Florença, 1485.

3 — STATHAM, H. H. — «A History of Architecture», Batsford, London, 1950.

4 — ARANTES E OLIVEIRA, E. R. — «A Engenharia de Estruturas, Especialidade Irmã da Arquitectura Naval», conferência no Centro de Estudos de Marinha, Lisboa, 1973.

5 — ARANTES E OLIVEIRA, E. R. — «Aplicações dos Computadores na Tecnologia», Actas do Colóquio sobre os Computadores Electrónicos e Algumas das suas Aplicações, Lourenço Marques, Janeiro de 1970.

6 — ARGYRIS, J. H. — «Die Matrizentheorie der Statik», Ing. Archiv (Berlin), Drittes Heft, 1957.

7 — ARANTES E OLIVEIRA, E. R. — «Introdução à Teoria das Estruturas», Lisboa, Ed. do Autor, 1966.

8 — TURNER, M. S., CLOUGH, R. W., MARTIN, H. C., TOPP, L. J. — «Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures», J. Aeron. Sci. 23(9), 1956.

9 — COURANT, R. — «Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations», Bull. Am. Math. Soc. *49*, 1-23, 1943.

10 — SYNGE, J. L. — «Triangulation in the Hypercircle Method for Plane Problems», Proc. R. Ir. Acad. *54A*, 341-67, 1952.

11 — ARANTES E OLIVEIRA, E. R. — «The Convergence Theorems and their Role in the Theory of Structures», Proc. of the IUTAM Symp. on High-Speed Computing of Elastic Structures, (ed. by B. Fraeijs de Veubeke) Un. of Liège, 1971.

12 — ARANTES E OLIVEIRA, E. R. — «The Role of Convergence in the Theory of Shells», International Journal of Solids and Structures, Vol. 10, pp. 531-553, 1974.

13 — PINA, H. L. G. — «Contribuição para as Bases Teóricas do Método dos Elementos Finitos», Tese de doutoramento, IST, 1973.

14 — DESAI, C. S., ABEL, J. F. — «Introduction to the Finite Element Method. A Numerical Method for Engineering Analysis», Van Nostrand, New York, 1972.

15 — ZIENKIEWICZ, O. C. — «The Finite Element Method in Engineering Science», McGraw-Hill, New York, 1971.

16 — FINLAYSON, B. A. — «The Method of Weighted Residuals and Variational Principles», Academic Press, New York, 1972.

17 — ARANTES E OLIVEIRA, E. R. — «Livro 2 das Lições de Resistência de Materiais», Lisboa, Ed. da A. E. I. S. T., 1969.

17 — ODEN, J. T., ARANTES E OLIVEIRA, E. R. (editors) — «Lectures on Finite Element Methods in Continuum Mechanics», UAH Press, 1973.

19 — FORSBERG, K., HARTUNG, R. — «An Evaluation of Finite Difference and Finite Element Techniques for Analysis of General Shells», Proc. of the IUTAM Symp. on High-Speed Computing of Elastic Structures (ed by B. Fraeijs de Veubeke), Un. of Liège, 1971.

20 — REIS, A. J. L., BORGES PIRES, E. — «Aplicação da Solução do Problema de Mindlin na Resolução do Problema da Estaca Solicitada por uma Força Horizontal», com. apresentada ao 1.° Congresso Nacional de Mecânica Teórica e Aplicada, Lisboa, 1974.

21 — LOBO CARNEIRO, F. — «Une Nouvelle Méthode pour la Détermination de la Résistance à la Traction des Bétons», Revista do Instituto Nacional de Tecnologia, Rio de Janeiro, 1949.

22 — PIAN, T. H. H., TONG, P., LUK, C. H. — «Elastic Crack Analysis by a Finite Element Hybrid Method», Proc. of the 3nd. Conference on Matrix Methods in Struct. Mechanics (Dayton, 1971), A. F. F. D. L. TR-71-160, 1973.

23 — MARÇAL GRILO, E. — «Relatório sobre Ensino e Investigação em Mecânica dos Sólidos», apresentado ao 1.° Congresso Nacional de Mecânica Teórica e Aplicada, Lisboa, 1974.

24 — ODEN, J. T. — «Finite Elements of Non-Linear Continua», McGraw-Hill, New York, 1972.

25 — ARANTES E OLIVEIRA, E. R. — «A method of Fictitious Forces for the Geometrically Non-Linear Analysis of Structures», Proc. of the International Conference on Computational Methods in Non-Linear Mechanics, Austin (Texas), 1974.

26 — WASIUTYNSKI, Z., BRANDT, A. — «The Present State of Knowledge in the Field of Optimum Design of Structures», Applied Mechanics Reviews, *16*, 341-350, 1963.

27 — MITCHELL — «The Limit of Economy of Material in Frame Structures», Phil. Mag (6) *8*, 589-597, 1904.

28 — VENKAYA, V. B., KHOT, N. S., REDDY, V. S. — «Optimization of Structures Based on the Study of Energy Distribution», Proc. of the 2nd. Conf. on Matrix Methods in Struct. Mechanics (Dayton 1968), A. F. F. D. L. TR-68-150, 1969.

29 — GELLATLY, R. A., BERKE, L., GIBSON, W. — «The Use of Optimality Criteria in Automated Structural Design», Proc. of the 3nd. Confer. on Matrix Methods in Struct. Mech. (Dayton, 1971), A. F. F. D. L. TR-71-160, 1973.

30 — RAZANI, R. — «Behaviour of Fully-Stressed Design of Structures and its Relationship to Minimum-Weight Design», AIAA Journal, *3*, 12, pp. 2262-2268.

31 — SHEU, C. Y., PRAGER, W. — «Recent Developments in Optimal Structural Design», Applied Mechanics Reviews, *21*, 10, 1968.

32 — PRAGER, W. — «Optimality Criteria in Structural Design», AGARD Report-71, 1971.

33 — VENKAYA, V. B., KHOT, N. S., BERKE, L. — «Application of Optimality Criteria Approaches to Automated Design of Large Practical Structures», 2nd. AGARD Symposium on Structural Optimization, Milão, 1973.

34 — PEDERSEN, P. — «Optimal Joint Positions for Space Trusses», Paper 12, 2nd. AGARD Symposium on Structural Optimization, Milão, 1972.

35 — MOE, J. — «Fundamentals of Optimization», Int. Journal of Computers and Structures, *4*, 1, pp. 95-113, 1974.

36 — WIEDEMANN — «Optimization of the Layout of Trusses Combining Strategies Based on Michell's Theorem and on the Biological Principles of Evolution», Relatório, Institut für Luft-und Raumfahrt, Tech. Un. Berlin, 1972.

37 — ARANTES E OLIVEIRA, E. R. — «Optimization of Finite Element Solutions», Proc. of the 3nd. Conf. on Matrix Methods in Struct. Mech. (Dayton, 1971), A. F. F. D. L. TR-71-160, 1973.

38 — MOSES, F. — «Design for Reliability. Concepts and Applications», com. apresentada no International Symposium on Computers in Optimization of Structural Design, Swansea, 1972.

39 — MILLER, C. L. — «Man-Machine Communication in Civil Engineering», A. S. C. E. Proc. (St. Division), Vol. 89, ST4, Aug. 1963, Part. I.

40 — «Design and the Computer», Design Quarterly 66/67, Walker Art Center, Mineapolis, 1966.

41 — HARPER, G. N. (ed.) — «Computer Application in Architecture and Engineering», McGraw-Hill, New York, 1968.

42 — HONEY, C. R. — «Architectural Design». Current paper 4/69, Building and Research Station, 1969.

43 — «Relatório do Grupo de Trabalho Encarregado de Proceder aos Estudos Tendentes à Instituição do Sistema de Leis-Programas de Financiamento das Obras Integradas nos Programas de Execução dos Planos de Fomento», Secretariado Técnico da Presidência do Conselho, 1969.

44 — «Codificação e Automatização do Projecto. Exemplos de Aplicação», Relatório LNEC, Outubro de 1969.

45 — «Informação sobre Custos. Custos Directos dos Trabalhos de Execução de Edifícios», LNEC. I. C. 2, Vol. 1, 2 e 3.

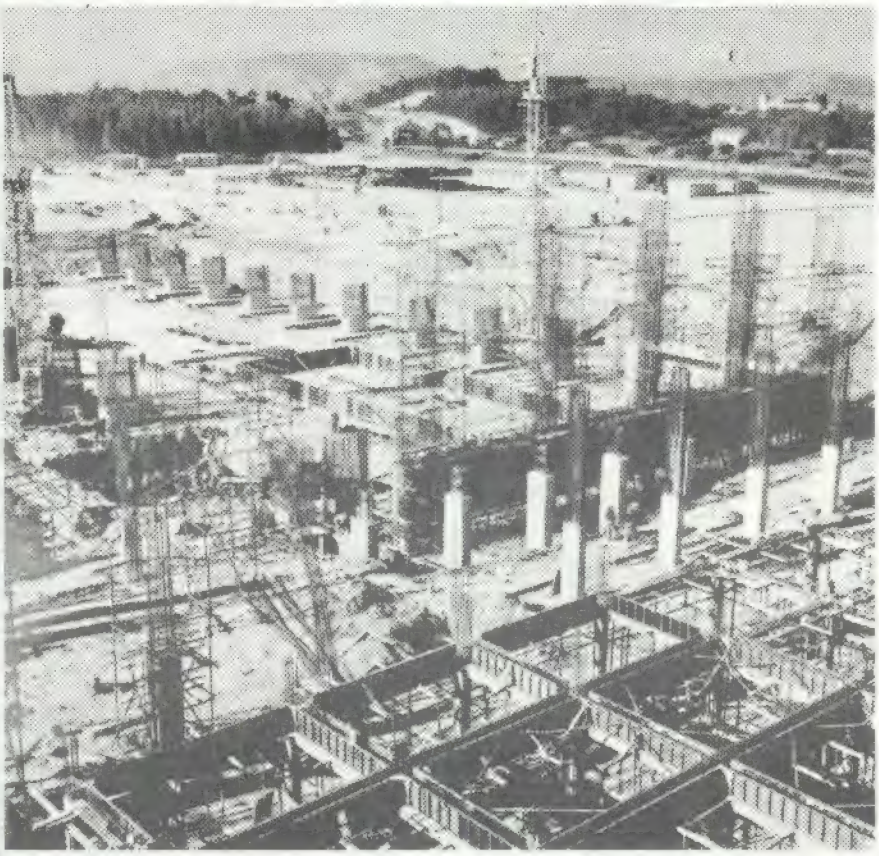
46 — «Caderno de Encargos-Tipo para a Construção de Edifícios. Relatório Preliminar», Relatório LNEC, Março de 1969.

Feiras, Conferências, Exposições e Congressos

OBJECTIVOS E PROGRAMA	LOCAL, DATA, ORGANIZAÇÕES E INFORMAÇÕES
IMONTA'76 — International Messe für Schwertransport und Montage-Technik	Düsseldorf 25 a 29 de Fevereiro - 76
DIDACTA — European Educational Materials Fair	Basilca 23 a 27 de Março - 76
III Conference ON ELECTRODE PHENOMENA IN GAS DISCHARGES	Lisboa Maio - 76

CENTRAL TERMOELÉCTRICA SETÚBAL

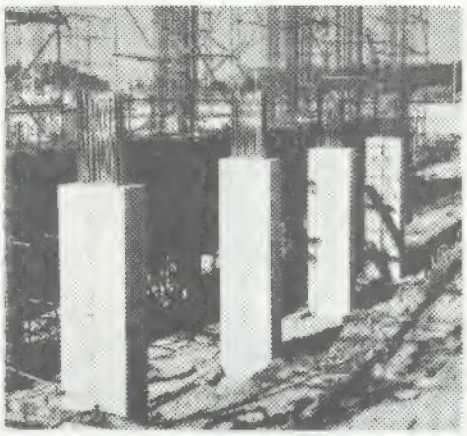
COMPANHIA PORTUGUESA DE ELECTRICIDADE

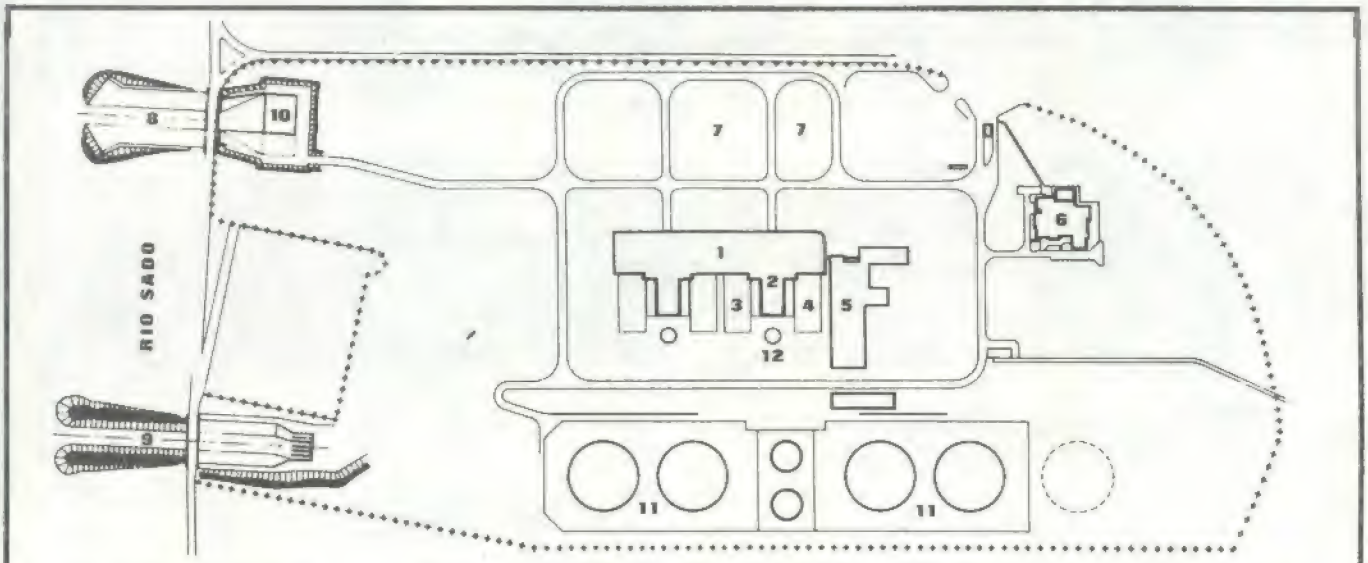


Para um grande empreendimento
uma grande empresa. Construções Técnicas
dispõe de técnicos e equipamentos capazes
de responderem às necessidades do país.

Para uma ideia de grandiosidade
deste empreendimento
deixamos para aprecição estes números.

– Área de construção	1 000 m x 400 m
– Terraplenagem	350 000 m^3
– Varão de aço a aplicar	2 300 toneladas
– Betão a aplicar	20 000 m^3





1 – SALA DE MÁQUINAS TURBO GRUPOS
2 – EDIFÍCIOS AUXILIARES ELÉCTRICOS
3 - 4 – GRUPOS GERADORES VAPOR
5 – EDIFÍCIOS ANEXOS
6 – EDIFÍCIOS SOCIAIS
7 – PARQUE TRANSFORMADORES ALTA TENSÃO
8 – TOMADA DE ÁGUA DO CIRCUITO DE ÁGUA DE REFRIGERAÇÃO
9 – RESTITUIÇÃO DO CIRCUITO DE ÁGUA DE REFRIGERAÇÃO
10 – ESTAÇÃO DE BOMBAGEM
11 – ARMAZÉNS DE COMBUSTÍVEL
12 – CHAMINÉ

uma empresa a responder
às necessidades do País

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, S.A.R.L.

AV. 24 JULHO, 24 • TEL. 690172 - 691302 - 690163 • LISBOA - 2

MIRA CI 4

EXPORTAR

Num esforço para aumentar o volume das suas exportações, após a encomenda de 200 caixas de aço inoxidável para os U.S.A.,

a SOREFAME obteve mais uma encomenda no sector de material ferroviário, de valor superior a 200.000 contos.

Entre a FEPASA (Brasil) e um consórcio constituído por

SOREFAME – Sociedades Reunidas de Fabricações Metálicas, S.A.R.L.
ACEC – Ateliers de Constructions Electriques de Charleroi, SA
MAFERSA – Material Ferroviário, S.A.
INDÚSTRIAS VILARES, S.A.

foi assinado um contrato para o fornecimento de 30 Unidades Quádruplas Eléctricas.

A participação da SOREFAME tem especial significado por incluir a execução integral do projecto das Unidades Quádruplas, para além do fabrico, nas suas oficinas, de 40 veículos motores.

Os restantes 20 veículos motores e as 60 carruagens reboques destas Unidades Quádruplas serão fabricadas no Brasil. Os motores eléctricos serão fornecidos pela firma ACEC (Bélgica).

Esta encomenda, obtida em concurso internacional, exigiu um financiamento à participação da SOREFAME, que foi assegurado pelo Banco de Fomento Nacional.

SOREFAME

SOCIEDADES REUNIDAS DE FABRICAÇÕES METÁLICAS, S.A.R.L.
Amadora – Portugal

C. D. U. 621.374

Máquina de turing para converter expressões em notação "Infix" em expressões em notação "Postfix" (*)

1. Definição da máquina e redução de estados

L. T. MAGALHÃES
M. P. O. RICOU

RESUMO

Este artigo é o primeiro de dois dedicados ao projecto de uma máquina de Turing para converter notação infix em postfix. São amplamente utilizados, como auxiliares no projecto, métodos de análise de estrutura algébrica de máquinas sequenciais, que têm vindo a ser estabelecidos no domínio da Teoria dos Automata.

Neste primeiro artigo é apresentado um algoritmo, definida uma máquina de Turing nele baseada, e reduzidos os estados da máquina de modo a obter uma máquina mínima.

ABSTRACT

This is the first of two papers related to the design of a Turing machine for the translation of infix notation. to postfix notation. Methods for the analysis of algebraic structure of sequential machines, recently developed as part of Automata Theory, are largely used.

In this first paper we present an algorithm, define a Turing machine realizing it, and reduce machine states in order to get a minimal machine.

1. *Introdução*

Existe um grande conjunto de resultados relativos à estrutura algébrica de máquinas sequenciais, recentemente estabelecidos no domínio da Teoria dos Automata. Estes resultados nem sempre são utilizados em projectos de máquinas sequenciais. A principal finalidade deste trabalho é ilustrar, através de um exemplo, a utilidade que pode ter, num projecto deste tipo, a aplicação de métodos de análise da estrutura algébrica de máquinas.

O exemplo em discussão será uma máquina de Turing para converter expressões algébricas de notação *infix* (a notação usual) para notação *postfix* (ou polaca). Na notação postfix as operações são indicadas por ordem de execução e depois dos operandos respectivos; assim, a conversão infix-postfix é realizada em compiladores para processamento de expressões algébricas e, de forma implícita, na utilização de certas máquinas de calcular.

Parece-nos conveniente começar por sistematizar o que se entenderá por notação infix e por notação postfix.

2. *Notação infix*

1. As expressões consistem numa sucessão de operandos, que podem ser precedidos por operações unárias, tendo entre si um símbolo de operação binária. São iniciadas e terminadas pelo símbolo = .

2. Os operandos são caracteres alfanuméricos *isolados*, exceptuando-se o caracter *F*, ou o resultado de operações (binárias ou unárias) realizadas sobre operandos.

3. As operações binárias são:

a) adição +

b) subtracção −

c) multiplicação *

d) divisão / ; exemplo: $A/B \leftrightarrow A : B$

e) exponenciação ↑ ; exemplo: $A \uparrow B \leftrightarrow A^B$

4. As operações unárias são representadas por uma sequência de *4* caracteres alfanuméricos, dos quais

(*) Este trabalho foi realizado em 1973/74 enquanto alunos da cadeira Sistemas Digitais — IST, Lisboa.

o primeiro é sempre *F*. O operando a que dizem respeito é o que está imediatamente a seguir e deve estar entre parêntesis curvo.

Exemplos: FSIN(X), FEXP(A*(B/C))

5. As operações binárias actuam sobre os dois operandos entre os quais se encontram, e na ordem em que figuram na expressão. Consideram-se certas regras para a ordem de operações:

a) a ordem de prioridade das operações é

i) ↑ ii) *,/ iii) +, −

b) quando uma subsucessão de operandos é ligada por operações com a mesma prioridade, a ordem de operação é do princípio para o fim.

c) a ordem de operação assim estabelecida pode ser alterada pelos símbolos de parêntesis curvo (ou); as operações entre parêntesis devem ser executadas antes das operações que precedem e/ou seguem os parêntesis correspondentes.

3. *Notação postfix*

1. As expressões consistem numa sucessão de símbolos alfanuméricos isolados, operações unárias e binárias. São iniciadas e terminadas pelo símbolo = .

2
3. } como para notação infix

4. As operações unárias são representadas por uma sequência de *4* caracteres alfanuméricos, dos quais o primeiro deve ser F. O operando a que dizem respeito é o que está imediatamente antes.

5. As operações binárias são consideradas como operando sobre os dois operandos que imediatamente as precedem e na ordem em que figuram na expressão.

6. A ordem de operação é sempre do princípio para o fim da expressão.

Nota: não existe uma ordem de prioridade de operações, nem utilização de parêntesis.

4. *Exemplo de tradução de expressões*

A expressão algébrica

= 2*3 ↑ (A + B) + FSIN(FLOG(X)) + 2 =

é traduzida para

= 23AB + ↑ *XFLOGFSIN + 2 + =

5. *Definição de máquina de Turing*

A definição formal adoptada para máquina de Turing não é a mesma para todos os autores [1], [2], [4]. Adoptaremos a seguinte definição:

— Uma *máquina de Turing* com $\underline{n}$ fitas é um sextuplo ordenado

$T = (I, S, O, \bar{\delta}, \bar{\lambda}, q_0)$ tal que:

1) $I = A^{n}$ onde $\underline{A}$ é um conjunto não vazio e finito de símbolos. $\underline{I}$ é o «conjunto das entradas».

2) S é um conjunto não vazio e finito: o «conjunto dos estados».

3) $O = ((A \cup \{\underline{b}\}) \times \{e, d, \theta, h\})^{n}$ é o «conjunto das saídas». $\underline{d}$ e $\underline{e}$ correspondem aos comandos para posicionar a cabeça de leitura na posição à direita ou à esquerda (respectivamente) da posição ocupada, θ corresponde ao comando para manter a cabeça imóvel, e $\underline{h}$ corresponde ao comando de paragem quando a operação está completa. $\underline{b}$ é o «símbolo de indiferença».

4) $\bar{\delta}$ é uma aplicação de um subconjunto não vazio de $I \times S$ em $\underline{S}$; a «aplicação estado-seguinte».

5) $\bar{\lambda}$ é uma aplicação de um subconjunto não vazio de $I \times S$ em $\underline{O}$: a «aplicação saída».

6) $q_0 \varepsilon S$ é o estado inicial da máquina.

6. *Discussão de algumas alternativas*

A ordem das operações na expressão postfix à saída, depende dos critérios de prioridade entre as operações e das alterações resultantes da inclusão de parêntesis na expressão infix à entrada; a ordem dos operandos alfanuméricos é a mesma em ambas expressões.

A memória necessária para decidir a ordem das operações na saída é reduzida se fôr utilizada uma zona de registo auxiliar, onde sejam memorizadas as operações já lidas na expressão de entrada (pela ordem em que foram lidas e com a inclusão de parêntesis) e ainda não escritas na expressão de saída. A inclusão desta zona auxiliar permite reduzir o número de movimentos da cabeça sobre a expressão de entrada (e portanto o número de estados da máquina) e o número de símbolos que é necessário introduzir para aumentar o alfabeto da máquina.

Optando pela inclusão desta zona de registo auxiliar, é necessário considerar três zonas de registo:

1) para a expressão de entrada

2) para o registo auxiliar

3) para a expressão de saída

É simples verificar que a máquina pode ser realizada apenas com uma fita. Pode-se mesmo acrescentar que, neste caso, é possível projectar uma máquina de modo a que a zona da fita ocupada em qualquer instante do processamento seja menor ou igual à zona ocupada pela expressão inicial. De facto, em qualquer instante do processamento, as zonas 2) e 3) contêm um número de símbolos menor ou igual ao número de sím-

bolos já lidos na expressão de entrada; assim, as zonas 2) e 3) podem sobrepôr-se à parte da zona 1) já lida.

A utilização de uma única fita conduz a uma frequente posicionação da cabeça em cada uma das três zonas de registo e a uma memorização dos símbolos lidos durante os deslocamentos, com o consequente aumento do número de estados.

Visto que convém reduzir o número de estados (sem aumentar o número de símbolos do alfabeto), de modo a facilitar a atribuição de variáveis de estado e a codificação dos símbolos, projectar-se-á uma máquina com três fitas (uma para cada zona de registo).

7. *Algoritmo para conversão infix-postfix*

Apresentamos na fig. 1 um algoritmo na forma de fluxograma.

Convenções:

1) $x \rightarrow y$ significa que o símbolo lido na fita $\underline{x}$ é escrito na fita $\underline{y}$.

2) xd, xe significam que a cabeça da fita $\underline{x}$ se move para a direita ou esquerda, respectivamente.

3) α é utilizado para designar qualquer alfanumérico.

4) quando se não indicam transferências de símbolos como convencionado em 1), entende-se que não há alteração de símbolos; quando se não indica o movimento de uma cabeça de fita como convencionado em 2), entende-se que essa cabeça se não move.

8. *Diagrama de estados da máquina*

Com base no algoritmo apresentado é possível construir um diagrama de estados para a máquina (fig.2).

Convenções:

1)

X	Aa	representa a entrada (X, Y, Z) e a
Y	Bb	saída (A, a, B, b, C, c).
Z	Cc	

2) $\underline{O}$ representa uma qualquer operação.

3) $\bar{X}$ representa o complementar de $\underline{X}$.

9. *Máquina de Turing correspondente ao diagrama de estados apresentado*

A máquina representada pelo diagrama de estados anterior é uma máquina de Turing com $\underline{3}$ fitas $T = (I, S, O, \delta, \bar{\lambda}, q_o)$, onde:

— o conjunto A, referido na definição (§ 5), é o conjunto constituido pelos caracteres alfanuméricos (36), pelos símbolos das operações binárias (5), e pelos símbolos (,), =, prefazendo um total de 44 símbolos.

— $S = \{q_0, q_1, \ldots, q_7\}$

Falta ainda definir as aplicações δ e $\bar{\lambda}$. Note-se que I tem $(44)^3$ elementos. Assim, se δ e $\bar{\lambda}$ fossem definidas extensivamente por tabelas, teriam de ter dimensão $8 \times \times (44)^3$. Felizmente é possível ultrapassar esta dificuldade.

Sendo $Op = \{+, -, *, /, \uparrow\}$, e $\underline{\alpha}$ o conjunto dos símbolos alfanuméricos, considere-se a partição de $\underline{I}$: $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_8\}$, definida por:

$\xi_1 = \{(=, (, z): z \in A\}$

$\xi_2 = \{(=, =, z): z \in A\}$

$\xi_3 = \{(=, y, z): y \in A - \{=,)\}, z \in A\}$

$\xi_4 = \{(\uparrow, \uparrow, z): z \in A\}$

$\xi_5 = \{(\uparrow, y, z): y \in Op - \{\uparrow\}, z \in A\}$

$\xi_6 = \{(x, y, z): x \in \{+, -\}, y \in Op, z \in A\}$

$\xi_7 = \{(x, y, z): x \in \{*, /\}, y \in Op - \{+, -\}, z \in A\}$

$\xi_8 = \{(x, y, z): x \in \{*, /\}, y \in \{+, -\}, z \in A\}$

$\xi_9 = \{(x, y, z): x \in Op, y \in \alpha, z, \in A\}$

$\xi_{10} = \{(x, =, z): x \in Op, z \in A\}$

$\xi_{11} = \{(x, (, z): x \in Op, z \in A\}$

$\xi_{12} = \{(), (, z): z \in A\}$

$\xi_{13} = \{(), y, z): y \in \alpha, z \in A\}$

$\xi_{14} = \{(), y, z): y \in Op \cup \{=\}, z \in A\}$

$\xi_{15} = \{((, y, z): y \in A - \{)\}, z \in A\}$

$\xi_{16} = \{(x, y, z): x \in \alpha, y \in \alpha, z \in A\}$

$\xi_{17} = \{(x, y, z): x \in \alpha, y \in Op \cup \{=, (\}, z \in A\}$

$\xi_{18} = \{(x,), z): x \in A, z \in A\}$

Note-se que, se $\pi(0)$ e $\omega(0)$ designarem as partições nulas de S e de O, $(\xi, \pi(0))$ é um par de partição I-S [3] e $(\xi, \omega(0))$ é um par de partição I-O, como se pode concluir analizando o diagrama de estados apresentado.

Podemos então pensar em definir duas funções: $\bar{\delta}^*$, de um subconjunto de $\xi \times S$, e $\bar{\lambda}^*$, de um subconjunto de $\xi \times S$ em O, de tal modo que

$$\bar{\delta}^*(\xi_i, q_j) = \bar{\delta}(x, q_j) \quad \text{sse} \quad x \in \xi_i$$

$$\bar{\lambda}^*(\xi_i, q_j) = \bar{\lambda}(x, q_j) \quad \text{sse} \quad x \in \xi_i$$

Analizando o diagrama de estados apresentado foi possível chegar às tabelas I e II, respectivamente para $\bar{\delta}^*$ e $\bar{\lambda}^*$. Atendendo às relações entre $\bar{\delta}^*$ e $\bar{\delta}^*$ e entre $\bar{\lambda}^*$ e $\bar{\lambda}$, ficam assim definidas $\bar{\delta}$ e $\bar{\lambda}$.

O domínio de $\bar{\delta}^*$ e de $\bar{\lambda}^*$ é o conjunto de elementos de $\xi \times S$ para os quais está definido um valor nas tabelas. As entradas não preenchidas correspondem a situações de *indiferença* (don't care).

Esta máquina foi testada por simulação numérica num programa em linguagem ASSEMBLER, executado num computador HP2115, do Instituto de Biologia Gulbenkian.

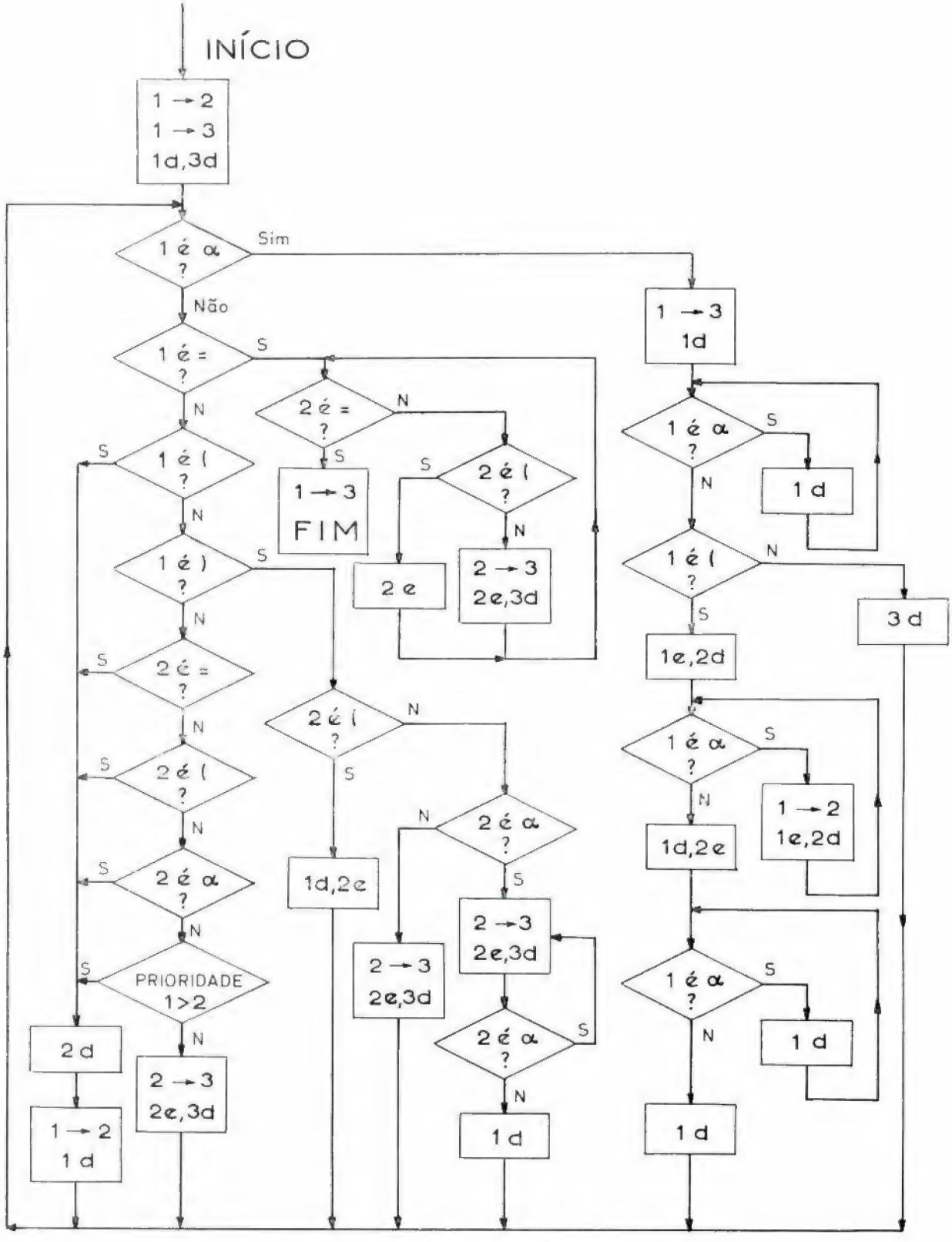


Fig. 1 — Fluxograma para conversão infix-postfix (§ 7)

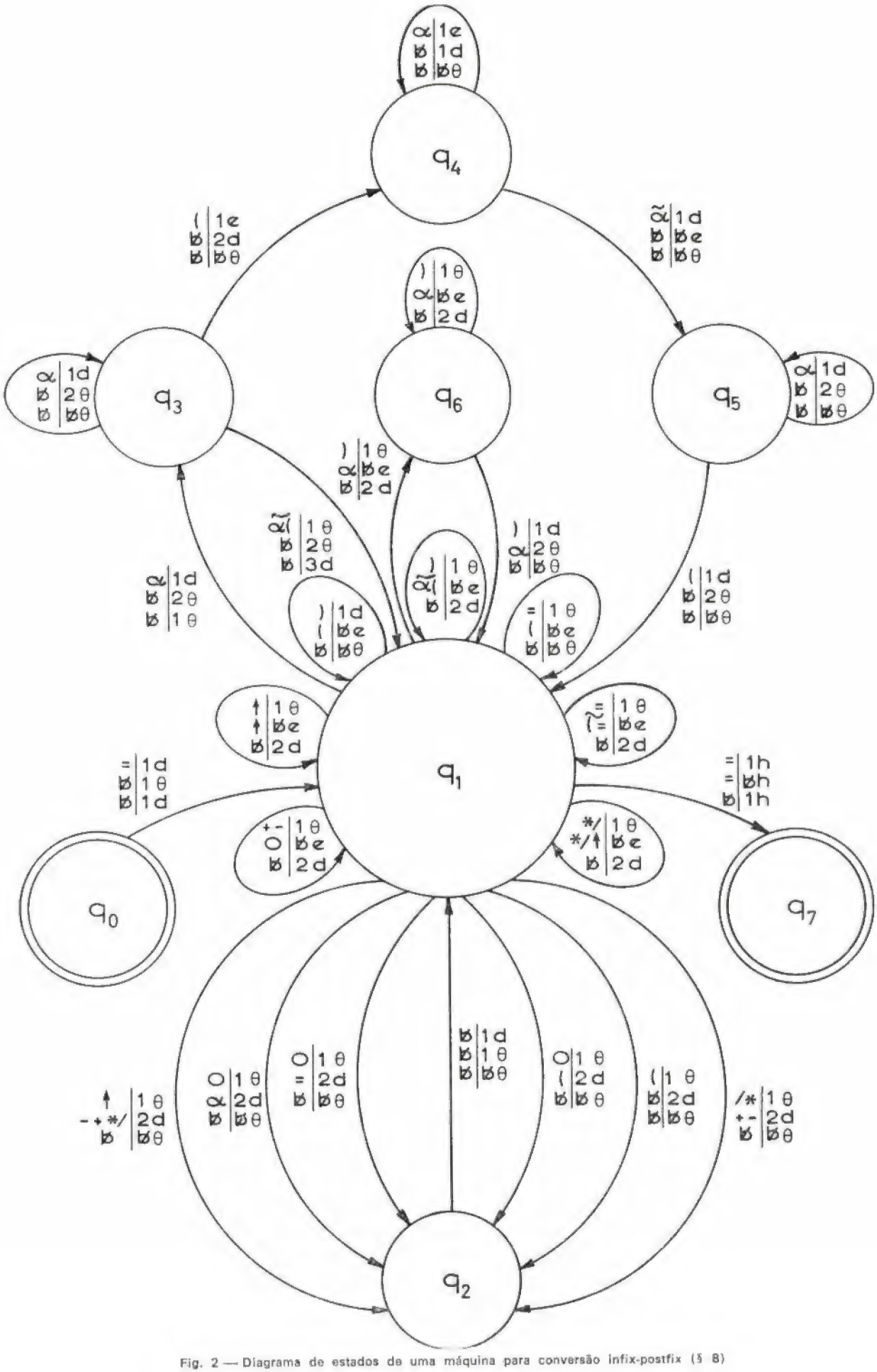


Fig. 2 — Diagrama de estados de uma máquina para conversão infix-postfix (§ 8)

10. *Redução dos estados da máquina* [1]

Os pares de estados compatíveis-1 são (q_0, q_2), (q_0, q_5), (q_0, q_6), (q_0, q_7), (q_1, q_7), (q_2, q_6), (q_2, q_7), (q_3, q_7), (q_4, q_6) (q_4, q_7), (q_5, q_6), (q_5, q_7), (q_6, q_7).

Os conjuntos máximos de estados compatíveis-1 são $\{q_0, q_2, q_6, q_7\}$, $\{q_0, q_5, q_6, q_7\}$, $\{q_1, q_7\}$, $\{q_3, q_7\}$, $\{q_4, q_6, q_7\}$. Note-se que, se o par (q_2, q_5) fosse compatível-1, seria possível reduzir o número destes conjuntos.

Resolveu-se tentar alterar a máquina de modo a que q_2 e q_5 fossem compatíveis-1, tentando manter as compatibilidades entre estados já verificadas. Para que q_2 e q_5 sejam compatíveis-1 é necessário alterar a máquina de modo a que sejam também iguais as saídas correspondentes à aplicação de elementos de ξ_{15} a q_2 e q_5. Uma tentativa neste sentido conduziu às tabelas III e IV; as alterações correspondem a registar o símbolo (na fita auxiliar, também nos casos em que se segue a $\bar{}$ uma operação unária. Note-se que foi possível eliminar o estado q_6.

Agora os pares de estados compatíveis-1 são (q_0, q_2), (q_0, q_5), (q_0, q_7), (q_1, q_7), (q_2, q_4), (q_2, q_5), (q_2, q_7), (q_3, q_7), (q_4, q_7), (q_5, q_7).

Os conjuntos máximos de estados compatíveis-1 são $B_{11} = \{q_0, q_2, q_5, q_7\}$, $B_{12} = \{q_1, q_7\}$, $B_{13} = \{q_2, q_4, q_7\}$, $B_{14} = \{q_3, q_7\}$.

Analizando a tabela V, podemos concluir que, destes conjuntos, só B_{13} contém estados que não são compatíveis-2: q_2 e q_4. Podemos então concluir que os conjuntos máximos de estados compatíveis-2 são $B_{21} = \{q_0, q_2, q_5, q_7\}$, B_{22} $\{q_1, q_7\}$, $B_{23} = \{q_4, q_7\}$, $B_{24} = \{q_3, q_7\}$. É fácil verificar que estes conjuntos são também os conjuntos máximos de estados compatíveis-3. Assim, a classe final da máquina é $\xi = \{B_{21}, B_{22}, B_{23}, B_{24}\}$.

Existem várias classe *C* minimas. Optaremos por $C = \{C_0, C_1, C_2, C_3\}$, onde $C_0 = \{q_0, q_2, q_5, q_7\}$, $C_1 = \{q_1\}$, $C_2 = \{q_4\}$, $C_3 = \{q_3\}$, pois é conveniente que o estado inicial q_0 e final q_7 da máquina estejam no mesmo elemento da classe *C*, para que não seja necessário reiniciar o estado cada vez que a máquina é operada de modo a traduzir outra expressão.

A máquina classe *C* é então uma máquina de Turing com *3* fitas $T_c = (I, S_c, O, \bar{\delta}_c, \bar{\lambda}_c\ C_0)$, onde:

— o conjunto *A*, referido na definição (§5), é o mesmo da máquina *T* (§9).

— $S_c = C$

— as funções $\bar{\delta}_c$ e $\bar{\lambda}_c$ são definidas a partir de duas funções $\bar{\delta}^*_c$ e $\bar{\lambda}^*_c$, de um subconjunto de $\xi \times C$ respectivamente em *C* e *O*, tais que

$$\bar{\delta}^*_c\ (\xi_i, q_j) = \bar{\delta}_c\ (x, q_j) \quad \text{sse} \quad x \in \xi_i$$

$$\bar{\lambda}_c\ (\xi_i, q_j) = \bar{\lambda}_c\ (x, q_j) \quad \text{sse} \quad x \in \xi_i$$

A partir das tabelas anteriormente referidas é possível construir as tabelas VI e VII, definidoras de $\bar{\delta}^*_c$ e de $\bar{\lambda}^*_c$ respectivamente.

Esta máquina também foi testada por simulação numérica num programa em linguagem ASSEMBLER, executado num computador HP2115, do Instituto de Biologia Gulbenkian.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] — Booth, T. L. (1967), Sequential Machines and Automata Theory. John Wiley and Sons, Inc., New York.

[2] — Fischer, P. C. (1965), On formalisms for Turing machines. J. Assoc. Comp. Mach. 12,570-580.

[3] — Hartmanis, J. and R. E. Stearns (1966), Algebraic Structure Theory of Sequential Machines. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.

[4] — Minsky, M. L. (1967), Computation; Finite and Infinite Machines. Prentice-Hall, Inc., Englewood, N. J.

TABELA I

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
q_0	q_1	q_1	q_1															q_1
q_1	q_1	q_7	q_1	q_1	q_2	q_1	q_1	q_2	q_2	q_2	q_2	q_1	q_6	q_1	q_2	q_3	q_3	
q_2				q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1				q_1			q_1
q_3		q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_4	q_3	q_3	
q_4	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5				q_5	q_4	q_4	
q_5															q_1	q_5	q_5	
q_6												q_1	q_6	q_1				
q_7																		

TABELA II

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
q_0	1d 1θ 1d	1d 1θ 1d	1d 1θ 1d															1d 1θ 1d
q_1	1θ ƀe ƀθ	1h 1h 1h	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1θ 2d ƀθ	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1θ 2d ƀθ	1θ 2d ƀθ	1θ 2d ƀθ	1θ 2d ƀθ	1d ƀe ƀθ	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1θ 2d ƀθ	1d 2θ 1θ	1d 2θ 1θ	
q_2				1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ				1d 1θ ƀθ			1d 1θ ƀθ
q_3		1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1e 2d ƀθ	1d 2θ ƀθ	1d 2θ ƀθ	
q_4	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ				1d ƀθ ƀθ	1e 1θ ƀθ	1e 1θ ƀθ	
q_5															1d 2θ ƀθ	1d 2θ ƀθ	1d 2θ ƀθ	
q_6												1d 2θ ƀθ	1θ ƀe 2d	1d 2θ ƀθ				
q_7																		

TABELA III

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
q_0	q_1	q_1	q_1															q_1
q_1	q_1	q_7	q_1	q_1	q_2	q_1	q_1	q_2	q_1	q_2	q_2	q_1	q_1	q_1	q_2	q_3	q_3	
q_2				q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1				q_1			q_1
q_3		q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_4	q_3	q_3	
q_4	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5	q_5				q_5	q_4	q_4	
q_5															q_1	q_5	q_5	
q_7																		

TABELA IV

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
q_0	1d 1θ 1d	1d 1θ 1d	1d 1θ 1d															1d 1θ 1d
q_1	1θ ƀe ƀθ	1h 1h 1h	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1θ 2d ƀθ	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1θ 2d ƀθ	1θ ƀe 2d	1θ 2d ƀθ	1θ 2d ƀθ	1d ƀe ƀθ	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1d 2θ 1θ	1d 2θ 1θ	
q_2				1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ				1d 1θ ƀθ			1d 1θ 1d
q_3		1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1e 2d ƀθ	1d 2θ ƀθ	1d 2θ ƀθ	
q_4	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ				1d ƀθ ƀθ	1e 1d ƀθ	1e 1d ƀθ	
q_5															1d 1θ ƀθ	1d 2θ ƀθ	1d 2θ ƀθ	
q_7																		

TABELA V

		ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
B_{11}	q_0	q_1	q_1	q_1															q_1
	q_2				q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1				q_1			q_1
	q_5															q_1	q_5	q_5	
	q_7																		
B_{12}	q_1	q_1	q_7	q_1	q_1	q_2	q_1	q_1	q_2	q_1	q_2	q_2	q_1	q_1	q_1	q_2	q_3	q_3	
	q_7																		
B_{13}	q_2				$q_1(2)$	$q_1(2)$	$q_1(2)$	$q_1(2)$	$q_1(2)$	$q_1(2)$	$q_1(2)$	$q_1(2)$				$q_1(2)$			q_1
	q_4	q_5	q_5	q_5	$q_5(1)$	$q_5(1)$	$q_5(1)$	$q_5(1)$	$q_5(1)$	$q_5(1)$	$q_5(1)$	$q_5(1)$				$q_5(1)$	q_4	q_4	
	q_7																		
B_{14}	q_3		q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_4	q_3	q_3	
	q_7																		

TABELA VI

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1				c_1	c_0	c_0	c_1
c_1	c_1	c_0	c_1	c_1	c_2	c_1	c_1	c_2	c_1	c_2	c_2	c_1	c_1	c_1	c_2	c_3	c_3	
c_2	c_0	c_0	c_0	c_0	c_0	c_0	c_0	c_0	c_0	c_0	c_0				c_0	c_2	c_2	
c_3		c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1	c_2	c_3	c_3	

TABELA VII

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6	ξ_7	ξ_8	ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	ξ_{17}	ξ_{18}
c_0	1d 1θ 1d	1d 1θ 1d	1d 1θ 1d	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ	1d 1θ ƀθ				1d 1θ ƀθ	1d 2θ ƀθ	1d 2θ ƀθ	1d 1θ 1d
c_1	1θ ƀe ƀθ	1h 1h 1h	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1θ 2d ƀθ	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1θ 2d ƀθ	1θ ƀe 2d	1θ 2d ƀθ	1θ 2d ƀθ	1d ƀe ƀθ	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1θ ƀe 2d	1d 2θ 1θ	1d 2θ 1θ	
c_2	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ	1d ƀθ ƀθ				1d ƀθ ƀθ	1e 1d ƀθ	1e 1d ƀθ	
c_3		1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1θ 2θ 3d	1e 2d ƀθ	1d 2θ ƀθ	1d 2θ ƀθ	

convectores eléctricos

Já pensou...

... que o seu anúncio
é muito eficaz se for
publicado na revista que
os seus clientes lêem?
Os milhares de exemplares
de cada número da nossa revista
são lidos por engenheiros
e técnicos, por pessoas ligadas
à indústria, à investigação, ao
ensino, pelos seus clientes,
em suma. Consulte-nos

técnica REVISTA DE ENGENHARIA

Avenida Rovisco Pais • Lisboa 1 • Telef. 72 93 23

C. D. U. 681.14.016

Uma Bibliografia de APL

J. MARQUES HENRIQUES
Instituto Superior Técnico,
Universidade Técnica de Lisboa

SUMÁRIO

Este artigo é uma colectânea de breves críticas bibliográficas de livros sobre a linguagem APL. *A variedade de tópicos tratados nestas obras reflecte a profunda importância assumida por esta linguagem em todos os domínios da informática.*

ABSTRACT

This survey paper brings together a collection of brief reviews of books on APL. *The manifold of topics dealt with in these works shows the primary importance achieved by the language in all fields of information processing.*

Há mais de quatro anos, num trabalho apresentado no Congresso Hispano-Luso de Informática, chamámos a atenção para a importância que a linguagem *APL* poderia vir a assumir quer como notação matemática formal no desenvolvimento e expressão de algoritmos de cálculo quer na programação de computadores ou, até mesmo, no desenvolvimento dos próprios computadores.

Desde então, e sobretudo a partir de fins de 1973, todos estes aspectos têm passado por grande expansão, em particular o último, agora marcado pelo aparecimento de micro-computadores *APL* comercializáveis, conhecendo-se actualmente pelo menos três: um de fabrico canadiano, outro americano e o terceiro franco-americano, não falando já no projecto do célebre STAR da CDC.

Facilmente acessíveis em custo, estas máquinas podem, por outro lado, vir a ser as pioneiras de uma nova era da informática de gestão e administração, como o *APL* tem sido no domínio do cálculo para fins científicos.

Ao mesmo tempo a bibliografia de obras sobre esta linguagem e as suas aplicações tem-se enriquecido muito. Este facto, aliado à constatação de o *APL* ser ainda, infelizmente, quase desconhecido entre nós, bem como de ter sido recentemente objecto de profundos estudos e aperfeiçoamentos, levou-nos à elaboração deste artigo, de índole estritamente bibliográfica, onde são apresentados alguns livros sobre *APL* de carácter académico, acompanhados cada um de uma pequena crítica.

Esta lista não é, obviamente, exaustiva e já de si a escolha das obras aqui em revista reflecte um certo carácter de subjectividade; também o conteúdo e a extensão de cada crítica deixam transparecer preferências pessoais. Por isso mesmo lhe chamámos *Uma* Bibliografia de *APL*.

Em particular só apresentamos títulos em francês e inglês. Desconhecemos, aliás a publicação de livros sobre este assunto em quaisquer outras línguas, com excepção de uma publicação dinamarquesa; desde já agradecemos a indicação de qualquer omissão. De qualquer modo estamos confiantes no interesse deste artigo como fonte de referências para os informáticos portugueses.

A linguagem *APL* tem suscitado profundas controvérsias e, tal como o ALGOL, é adorada até ao fanaticismo por alguns e menosprezada por outros. As críticas giram quase sempre em torno de dois aspectos: sintaxe e eficiência de execução nos computadores existentes actualmente. Quanto à sintaxe parece-nos nada dever acrescentar aqui: é, quase sempre uma questão de gosto, e o próprio *APL* permite, em geral, múltiplas variantes do mesmo algoritmo ou processamento. A eficiência de execução, é muito mais objectiva e um pouco mais drástica, em particular se compararmos o *APL* com linguagens como o FORTRAN em situações onde os programas compilados são executados repetidamente (mesmo assim numerosos autores referem casos onde a vantagem pende para o lado do *APL* e nós próprios apresentámos alguns).

Embora nada impeça a existência de compiladores *APL* (e alguns de tipo incremental estão disponíveis, tendo mesmo um dos primeiros sistemas *APL* experimentais — para os 7090 — sido deste tipo), a linguagem é, por natureza, adequada para uso interpretativo; e isso acentua-se naqueles interpretadores que aproveitam o carácter recursivo da definição de muitas das funções da linguagem e nos quais certas funções nativas são, elas próprias, escritas já em *APL*. É o caso, por exemplo, do *APL*/1100.

Ora, a essa objecção querem vir agora responder também estes micro-computadores *APL* a que acima nos referimos e outros de maior porte, que certamente aparecerão de futuro, os quais pelas suas características de

preço, universalidade e versatilidade acabarão por invadir também o nosso país.

As obras em análise são apresentadas por ordem alfabética e por anos de publicação. No caso de, da mesma obra, conhecermos duas ou mais edições, só nos ocuparemos da mais recente, geralmente a mais aperfeiçoada. Indicações suplementares poderão ser obtidas junto do autor destas notas.

Abrams, Philip et Lacourly, Gérard (1972). *Informatique par Télephone. Langage de Programmation APL.* Hermann et Cie., Paris.

Trata-se de uma obra muito acessível, escrita com notável preocupação pedagógica por dois conhecidos cultores da linguagem, em particular o primeiro autor, participante nos projectos dos dois primeiros interpretadores operacionais de *APL*, há uma dezena de anos. Este livro não pressupõe quaisquer conhecimentos de programação ou de computadores, nem mesmo de matemática para além das operações fundamentais e dos rudimentos de álgebra.

Contudo, muitas das funções nativas da linguagem não são discutidas e o mesmo sucede com quase todos os operadores (limitação grave mesmo para aplicações de complexidade intermédia), tendo a sua apresentação sido anunciada para um segundo volume que não deve, porém, vir a aparecer. De qualquer maneira, mesmo apesar das limitações de conteúdo, aconselhamos vivamente a sua leitura a quem deseje uma boa introdução à linguagem.

Brooks, Frederick P. and Iverson, Kenneth E. (1968). *Automatic Data Processing. System/360 Edition.* John Wiley and Sons, New York.

Uma das características importantes desta obra consiste na descrição do Sistema/360 e é, por isso, de grande utilidade no estudo desta linha de computadores, bem como da série sucessora, o Sistema/370 (a primeira edição deste livro apresentava precisamente os 7090; compare-se com Iverson (1962)).

Não se trata pois, na verdade, de um livro sobre *APL*, mas antes de uma obra de informática utilizando a «linguagem de Iverson» (ver, de novo, abaixo Iverson (1962)), na descrição de algoritmos e de «hardware».

Notáveis são, na opinião do crítico, os capítulos sobre a representação interna da informação no computador, bases de numeração, lógica simbólica, circuitos, aritmética de máquinas binárias e décimais, organização de computadores, ordenações e buscas. O mesmo sucede com os sistemas de exploração, em particular o OS/360, sendo de notar que F. P. Brooks foi um dos arquitectos deste sistema; por conseguinte a leitura deste capítulo será de grande interesse para quem se quira iniciar no OS via *APL* ou pretenda representar desta forma algoritmos relacionados com o funcionamento de sistemas de exploração. A discussão sobre interpretadores, assemblers e compiladores no capítulo 8 é do melhor que alguma vez vimos sobre o assunto e recomendamo-la também vivamente.

Este livro contém ainda numerosos exercícios de bom nível e, ao pretender resolvê-los, mesmo o programador experiente tirará deles numerosos ensinamentos. Muitos destes exercícios relacionam-se com os tópicos que acima passámos em revista e alguns prendem-se com motivos de programação e, como tal, poderão ser abordados em *APL* actual ou qualquer outra linguagem (notamos aqui, de passagem, que os autores repudiam a designação de «linguagem de alto nível», aspecto onde concordamos em absoluto com eles).

Buckley, John W., Nagaraj, Mallur R., Sharp, Durwin L. and Schenck, James W. (1974). *Management Problem Solving with APL.* Melville Publishing Company, Los Angeles, California.

Um livro muito bem feito, visando o uso da linguagem para fins de gestão, com múltiplas aplicações em aspectos tão diversos como contabilidade empresarial, aplicações financeiras, estatística e métodos matemáticos na empresa, incluindo investigação operacional, gestão de existências, etc. Enfim, parece-nos que este livro tem, além de outros, o mérito de destruir o mito de o *APL* ser adequado unicamente para fins científicos, mito talvez originado pelo facto de ser uma linguagem muito rigorosa do ponto de vista da sintaxe e por isso exigir uma certa familiaridade com o instrumental matemático, e ter sido até agora usado quase só a partir da terminais em sistemas de tempo repartido.

No livro, além da descrição do modo de funcionamento dos programas e exemplos da sua utilização, são listadas quase todas as funções que integram esses programas; porém, em geral, não estão optimizadas e por vezes constituem até maus exemplos de codificação em *APL*. Isso pode vir a tornar-se um aspecto negativo do livro, dada a esfera de interesses dos leitores potenciais, estando ainda, a nosso ver e ao invés da opinião dos autores expressa na introdução, a leitura dependente de uma boa base de experiência em programação *APL* para se tirar partido das funções apresentadas, para as reescrever e até completar. Neste género de aplicações um ajustamento a cada caso concreto é sempre imprescindível.

Esperamos que estas imperfeições, perfeitamente admissíveis numa obra pioneira neste vasto campo, possam ser corrigidas em edições ulteriores. De qualquer modo este livro será um marco no desenvolvimento da linguagem, em particular se os nóveis micro-computadores *APL* vierem a ter projecção no seu uso para outros fins que não os científicos.

Demars, G., Rault, J.-C., et Ruggiu, G. (1974). *Le Langage et les Systèmes APL.* Masson et Cie., Paris.

Talvez a única obra, de todas aqui em crítica, que permite uma ampla visão das possibilidades actuais do *APL*, pois cobre um largo espectro de implementações,

desde o clássico *APL*/360 e do recente *APLSV* (versão de memória virtual, muito aperfeiçoada, para os Sistemas/370) da IBM, à versão *APL * PLUS* da Scientific Time Sharing Corp., e às da Burroughs, DEC-PDP, CII, UNIVAC, HIS-GE e CDC.

Trata-se de um livro de leitura por vezes bastante difícil, com excelentes exemplos das possibilidades mais avançadas da linguagem (breve introdução ao acesso a ficheiros, funções de execução, formato e conversão, etc.). Embora não pressuponha quaisquer conhecimentos prévios, na nossa opinião não é acessível ao principiante, destinando-se mais a conhecedores experientes.

Aliás, a maneira como certas funções são apresentadas e até mesmo interligadas (lembramo-nos, por exemplo, da definição da reflexão via subida de componentes ao longo da coordenada escolhida, da rotação via resíduo, etc.) obriga a um domínio perfeito da semântica de todas as funções da linguagem e isso só com longa maturidade é viável; técnica semelhante é, em parte, usada em Robinet (1971), como veremos adiante. Neste livro certas funções e operadores ainda não implementados mas já definidos na teoria (como sejam subida e descida aplicadas a quadros de número dimensional igual a dois ou superior) são discutidos sumariamente.

No estudo dos operadores a introdução do varrimento acaba por conduzir à determinação dos elementos neutros das funções diádicas nativas, onde para cada uma o elemento neutro à direita, caso exista, é precisamente o resultado da redução do vector vazio por essa função; se não existir, tal redução não é possível, podendo contudo estar ainda definido o varrimento para quadros por essa mesma função. Note-se que os elementos neutros das funções de máximo e mínimo são, respectivamente, o menor e o maior valores codificáveis, em vírgula flutuante, no computador e por isso dependentes da máquina, na realidade uma ambiguidade ainda sem solução no *APL*.

Tal tipo de apresentação é uma raridade em trabalhos deste âmbito, mais ao estilo de artigos altamente especializados. O mesmo sucede também quanto à recursão e utilização da função de Ackermann, nesse caso para classificar as linguagens de acordo com a ordem máxima da função directamente executável (dizem os autores que, enquanto o ALGOL 60, o FORTRAN e o PL/I não passam da ordem três, o *APL* permite exprimir a função de Ackermann de qualquer ordem). Estes e outros tópicos do género serão, por certo, de grande interesse nos desenvolvimentos futuros.

Quanto a estes desenvolvimentos futuros os autores apontam várias linhas, algumas das quais sabemos estarem já a ser atacadas com êxito por vários investigadores: introdução na linguagem de quadros generalizados (também chamados quadros de quadros), com extensão do domínio das funções nativas actuais e definição de outras, estruturas de controlo mais gerais, ampliação do âmbito das funções definidas e sua extensão a argumentos dos operadores (em particular aos de produto interno, produto externo, redução e varrimento) e, finalmente, máquinas *APL*, assunto a que nos referimos logo no início deste artigo e esteve na sua origem. Voltaremos a abordar todos estes aspectos das tendências actuais da investigação no domínio do *APL* quando, abaixo, fizermos, a análise sumária das actas dos congressos realizados na Europa em 1971 (Paris), 1973 (Copenhaga) e 1975 (Pisa).

Resumindo: para o leitor com conhecimentos prévios e prática da linguagem esta obra é essencial para fazer comparações das várias versões referidas acima e efectuar trabalhos nos domínios de investigação seguidos actualmente. O livro conclui com uma extensa bibliografia de dezenas de títulos, livros e artigos de revistas, englobando numerosos trabalhos de investigação neste campo, e tornando assim a obra ainda mais valiosa.

Dupont, Philippe (1973). *Mathématiques pour Informaticiens de Géstion*. Société d'Enseignement Supérieure, Paris.

Este não é, de facto, um livro de *APL*, e o título traduz bem o seu conteúdo. Porém, um dos seus capítulos é dedicado à «linguagem de Iverson» (veja-se Brooks and Iverson (1968) e Iverson (1962)), ainda sob a forma definida originariamente e, por esta ter sido a antecessora do *APL*, o incluímos aqui.

Esse capítulo integra-se, aliás, no conteúdo e na orientação do livro. Como todos os outros capítulos é de leitura muito agradável, cobrindo o conjunto uma boa dose de conhecimentos de matemática necessários à bagagem de qualquer informático, mesmo para os que se ocupam com problemas estritos de direcção e aplicações administrativas.

Dupont, Philippe et Tallineau, Yves (1974). *Les Langages de Programmation en Parallele: FORTRAN, COBOL, PL/I et APL*. Masson et Cie., Paris.

O título é bem explícito do conteúdo do livro: uma colectânea de bons problemas programados nas quatro linguagens de maior interesse prático nos nossos dias. Dizem os autores, com razão, que um informático conhecedor de uma ou duas linguagens de programação, desejoso de compreender a lógica, os objectivos e um pouco da semântica de uma outra se encontra invariavelmente na situação de um adulto quando pretende aprender uma nova língua. Também aqui a tendência é para os novos conhecimentos serem adquiridos por recurso e referência aos anteriores.

É esta a linha onde se enquadra o trabalho de Dupont e Tallineau. Nos exemplos aí discutidos o *APL* apresenta, quase sempre, vantagens nítidas. Os seis casos apresentados vão de simples cálculos e processamentos de matrizes e quadros a chamadas de subprogramas e aplicações não-numéricas, cobrindo um vasto domínio de possíveis utilizações de cada uma das linguagens.

Como aspecto negativo no que se refere ao *APL*, as funções desta linguagem estão codificadas em *APL*/ /1130, precisamente a primeira versão operacional da linguagem (divulgada em 1968) e por isso muito ultrapassada hoje em extensão, flexibilidade e rapidez de

execução, devendo o leitor interessado ter em consideração as variantes profundas existentes agora. Aliás, o mesmo sucede no caso do PL/I, para o qual os autores, sem qualquer explicação, usaram também um compilador antigo.

Em edições ulteriores deste livro, o conteúdo deveria ser por este motivo bastante actualizado; uma remodelação tornaria a obra de utilidade ainda maior, quer para o informático orientado para questões práticas ou até mesmo para o gestor, interessados sobretudo em tirar partido concreto do que individualmente elas permitem realizar.

Uma boa parte deste volume é dedicada ainda a um breve estudo da sintaxe das linguagens e a técnicas de programação especificas de cada uma delas. Somos também da opinião ser este capitulo susceptível de melhoria, aumentando a utilidade global do livro, e esperamos que isso se venha a verificar no futuro.

Falkoff, Adin and Iverson, Kenneth E. (1972). *APL/ /360 OS and APL/360 DOS User's Manual*. International Business Machines Corporation, White Plains, New York, Form No. H20-0906.

Esta é a verdadeira «bíblia» da linguagem, oficialmente a definição correcta e exaustiva do *APL*/360, por assim dizer o «relatório revisto do *APL*» (o livro de Pakin (1972) sendo, nesta terminologia, o «relatório não revisto»). É constituído por uma exposição muito clara, não obstante conter alguns exemplos muito complexos, compactos e difíceis de acompanhar.

Como definição oficial do *APL*/360 engloba uma apresentação completa de todas as funções e operadores da linguagem e é por isso indispensável para quem tenha de usar este sistema, sendo de notar terem as várias edições (esta é a terceira e, a avaliar pelo anúncio em 1973 do *APLSV*, talvez a última) saído sucessivamente aumentadas, não obstante serem decalcadas da primeira, de 1968.

Os apêndices B e C são, sem dúvida, os de maior profundidade, neles se tratando de exemplos avançados e de novas funções da linguagem, até à última versão disponível do *APL*/360 (por vezes designada por XM6, do código do programa-produto). Este manual abrange ainda um tratamento detalhado de todas as operações de terminais e dos comandos do sistema, embora nem uns nem outros sejam inerentes à linguagem.

Esta publicação é absolutamente essencial, até por ser o manual do construtor, para quem utilizar o *APL*/ /360. Por isso ficaremos por estes comentários resumidos, guardando outras notas para as críticas dos restantes livros de Iverson.

Falkoff, Adin and Iverson, Kenneth E. (1973). *The APLSV User's Manual*. International Business Machines Corporation, White Plains, New York, Form No. H20- -1460.

Trata-se, por assim dizer, do complemento da obra acima, estendendo-se a definição da linguagem ao *APLSV* (*APL Shared Variables*) a que fizémos já várias referências) e, na generalidade são ainda aqui válidas as mesmas considerações.

É de notar que nem todas as funções trabalham exactamente da mesma maneira nas duas versões. Em particular, fornecem resultados distintos as de resíduo, codificação e descodificação, todas diádicas, e a transposta monádica de quadros de número dimensional superior a dois. Esta última generaliza agora a quaisquer quadros o conhecido teorema da álgebra linear de ser a transposta do produto de matrizes o produto por ordem inversa das transpostas dos factores, verificadas as condições de conformabilidade.

Esta versão do *APL* é muito mais completa do que quaisquer outras anteriores, nela estando englobadas todas as novas possibilidades da linguagem já definidas do ponto de vista teórico (com raríssimas excepções): acesso a ficheiros, «interface» com outras opções do sistema de exploração (OS/VS) e compiladores de todas as outras linguagens, diálogo (via sistema de exploração) com todas as unidades periféricas, variáveis partilhadas (as *S*hared *V*ariables), novas funções de formato, conversão e execução e o operador de varrimento, etc. Este manual é, de parceria com o acima, de consulta frequente e obrigatória para todos os que tiverem de usar o *APLSV*, e ainda para todas as pessoas que queiram ler a literatura recente sobre a linguagem e suas aplicações ou enveredar pela pesquisa.

Freiberger, Walter and Grenander, Ulf (1971). *A Course in Computational Probability and Statistics*. Springer Ve lag, New York-Heidelbe g.

Este é um livro de estatística e probabilidades (para sermos mais concretos diríamos, de probabilidades e processos estocásticos), com bons exemplos de aplicações práticas em *APL*. Não é, concerteza, acessível a quem não domine o instrumental probabilístico ao nível de um curso intermédio, e é por isso de menor interesse, por exemplo, para engenheiros e economistas, mas deverá sem dúvida ser de agrado para matemáticos e físicos.

Algumas das aplicações do *APL* aqui descritas são muito interessantes e pouco vulgares: processos de nascimento e morte, crescimento de populações, processos de Markov, simulação, etc. Pena é os requisitos matemáticos serem elevados e por esse facto o livro não ter tido a divulgação que merece e o prestígio dos seus autores avalisa.

Gilman, Leonard and Rose, Allen J. (1974). *APL: An Interactive Approach*. Second Edition. John Wiley and Sons, New York.

Na opinião do crítico uma das melhores obra sobre *APL* para quem nada sabe e deseja possuir um bom domínio da linguagem, especialmente indicado para auto-estudo, facilitado se existir disponível um terminal. Trata-se da segunda edição de um livro (a nosso ver a primeira era já de si excelente), aperfeiçoada de modo a

tratar com detalhe os sistemas *APLSV* e *APL * PLUS*. Evita dificuldades de natureza matemática, vamos lá, que ultrapassem os conhecimentos do 1.º ano das nossas universidades; mas mesmo assim chega a discutir tópicos como processamentos de quadros de várias dimensões e números dimensionais, funções de argumentos booleanos, inversão de matrizes e algumas variantes e aplicações, como, por exemplo, ajustamentos pelo método dos menores quadrados, spinores, etc.

Também muitas das possibilidades da linguagem mais específicas são também apresentadas com detalhe, em particular as relacionadas com processamentos não-numéricos, incluindo consultas a ficheiros e sua geração, bem como a opções gráficas em terminais com impressão (não para as pantalhas de raios catódicos).

Ao longo de numerosos exercícios são ainda desenvolvidas múltiplas aplicações, nem todas simples, e nalguns casos o mesmo problema é resolvido em vários capítulos, do maneira a exemplificar as possibilidades das várias funções nativas da linguagem e de outras funções definidas no texto ou deixadas para o leitor definir.

De grande interesse é o capítulo sobre a codificação interna dos valores numéricos e literais nos Sistemas/370 e a explicação de certas contradições aparentes de alguns resultados (como seja a comparação lógica de dois valores distintos fornecer como resultado 1 se a distinção fôr provocada por bits de ordem inferior, o que, no entanto pode ser evitado por comando ou função do sistema). E, por termos tocado neste ponto, indicamos este livro em especial naqueles casos em que se queira tirar partido da possibilidade de substituir os comandos do sistema (estranhos à linguagem, como frizámos em Falkoff and Iverson (1972)) pelas novas variáveis e funções de sistema — muito mais flexíveis e susceptíveis de ser incorporadas em funções definidas, devendo prevenir que algumas dessas funções de sistema são exclusivas do *APL * PLUS*.

Grey, Louis D. (1973). *A Course in APL/360 with Applications*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts.

Eis um livro destinado a quem pretender aplicar a linguagem tendo em vista questões de análise numérica, a nosso ver altamente indicado para engenheiros. Apresenta óptimos problemas de matemática (mesmo de questões mais avançadas, como equações com derivadas parciais) e estatística; tem como pré-requisitos para a compreensão destes exemplos bastantes conhecimentos desses domínios.

Também certos aspectos relacionados com gráficos e formatos de saída são discutidos com detalhe. Como seria de esperar as funções apresentadas nestes casos são de grande complexidade e muito compactas, mas isso é bem uma característica das aplicações avançadas, por vezes levada a um extremismo condenável por certos autores, o que acaba por ser aproveitado pelos opositores do *APL*... Contudo o interesse que certas funções desse tipo apresentam é bem um justificativo como é evidente, para a sua inclusão aqui. Talvez seja isso que falta no livro de Buckley *et al.*, mas, como é evidente, os âmbitos e as audiências de cada uma destas obras são completamente distintos.

Hellerman, Herbert (1973). *Digital Computer System Principles*. Second Edition, McGraw-Hill Book Company, New York.

É um livro sobre computadores baseado em *APL*, e acima de tudo, um bom exemplo das possibilidades da linguagem na definição de sistemas. Para além de uma óptima, embora curta, introdução ao *APL*, apresenta tópicos de profundo interesse, sobre o «hardware» e o «software» de várias máquinas, com exemplos. Assim, lá aparecem assuntos tão diversos e importantes como representação interna de dados, estudo de instruções-máquina e linguagem Assembler, vírgula flutuante, escrita de compiladores e modelos de tradutores, ordenações, etc. Uma série impressionante de informações, por certo só viável devido ao uso sistemático do *APL*.

Também são apresentados vários exemplos relacionados com a construção dos circuitos internos dos computadores e a sua lógica, bem como de unidades periféricas. Um capítulo é dedicado à arquitectura de computadores e micro-programação, outro a máquinas de Turing. Qualquer dos dois, limitado em extensão dado o carácter geral do livro, constituem magníficos exemplos desta via de ataque a problemas concretos.

Para além do interesse deste trabalho, derivado do uso extensivo do *APL*, consideramo-lo como um dos melhores de carácter introdutório sobre computadores. Lamentamos apenas não poder, dado o seu âmbito mais geral e a natureza sumária das críticas desta bibliografia, desenvolver aqui uma análise extensiva, como seria nosso desejo.

Hurtubise, Rolland et Poulin, Yves (1973). *APL et les Cadres*. Les Presses de l'Université du Québec, Québec.

Um outro livro, talvez mais orientado para fins simples de gestão, elementar quer nos requisitos matemáticos, quer no âmbito da linguagem desenvolvida. Todos os exemplos são também muito acessíveis, apresentando contudo um apêndice sobre bancos de dados, retratando aliás uma aplicação concreta desenvolvida com a linguagem na Universidade do Québec para gestão estudantil. Os bancos e bases de dados serão concerteza uma outra área de desenvolvimento, ainda aqui a dar os primeiros passos, o que do ponto de vista histórico se compreende por, até há bem pouco tempo, o *APL* ter sido bastante limitado nas entradas e saídas e no acesso a ficheiros.

Em termos de comparação colocaríamos este livro ao nível de Abrams et Lacourly (1972), examinado acima

Iverson, Kenneth E. (1962). *A Programming Language*. John Wiley and Sons, New York.

O livro do «pai» do *APL*, o marco oficial do nascimento da linguagem (se bem que a sua génese possa ser

traçada a alguns anos antes), além de ter sido o seu título o originador do acrónimo da linguagem, por vezes denominada nos primeiros anos após a publicação desta obra, «linguagem de Iverson» (tal denominação caiu hoje em desuso).

Em si a notação algébrica apresentada neste livro tem já muito poucas afinidades com o *APL* actual, mas muitas das ideias básicas das funções nativas definidas nas versões actuais e numerosos algoritmos encontram-se aí, pela primeira vez, com rigor notável.

Um capítulo muito interessante deste livro descreve a arquitectura dos antigos sistemas 7090 e faz lembrar um artigo publicado em fins de 1964 por Falkoff, Iverson e Sussenguth sobre a arquitectura do Sistema/360, hoje considerado um clássico sobre o assunto, utilizando também o *APL* na simbologia usada neste livro. Outros capítulos tratam de numerosos tópicos de informática, sendo a nosso ver particularmente interessantes os que se referem a métodos de ordenação (um tópico de particular favoritismo nestes livros), árvores e grafos, subrotinas, metaprogramas e microprogramação, ainda hoje de leitura muito proveitosa. O livro tem um pouco o mesmo sabor de Brooks and Iverson (1968), mas mais avançado, embora não tão actualizado.

Contudo, somos dos que pensam ser o grande mérito deste livro, pelas inesgotáveis consequências que têm tido, a introdução de funções de natureza escalar estendíveis a quadros, elemento por elemento, e sobretudo a definição de alguns dos actuais operadores do *APL*, a saber, os de produto interno, produto externo, redução e varrimento. Com excepção do último já todos faziam parte das versões anteriores ao *APLSV*, embora ainda agora não estejam completamente desenvolvidas as bases teóricas do operador de varrimento e as suas implicações em questões práticas, sobretudo no caso de se aplicar a funções definidas pelo utilizador.

Como dissémos antes, muito pouca semelhança existe entre a simbologia matemática desenvolvida neste livro e o *APL* actual. Contudo, como introdução teórica ao estudo da linguagem é de importância fundamental, nele se vislumbrando muitas das linhas de investigação seguidas hoje.

Iverson, Kenneth E. (1966). *Elementary Functions*. Science Research Associates, Chicago, Illinois.

No prosseguimento do seu livro de 1962 Iverson escreveu este compêndio de matemática ao nível aproximado do nosso curso complementar dos liceus, onde, sem perder de vista os fins computacionais, discute na orientação da filosofia do *APL* as funções mais importantes da matemática pré-universitária: trigonométricas, exponencial, logarítmica, polinomiais, inversas, hiperbólicas, etc. O conceito de produto interno, de importância basilar na linguagem, como acima vimos, é introduzido a partir da vulgar função polinomial (soma de produtos) e depois generalizado. É também muito bom e de recorte original, mesmo nos dias de hoje, o capítulo dedicado ao estudo das derivadas. Aliás pensa-se que a linguagem ainda deverá vir a abarcar um operador especial de derivação e outro de primitivação, tópicos seguidos por um ou outro investigador, sem grandes resultados visíveis, de momento.

Será de interesse mencionar aqui de passagem, pelo facto de ser uma característica marcante da linguagem, terem sido neste livro apresentadas pela primeira vez algumas justificações da célebre ordem de execução das operações, onde para todas as funções, sem qualquer excepção, é sempre da direita para a esquerda (por isso, a título jocoso alguns opositores chamam ao *APL* «arabic programming language» — outra anedota admite a hipótese de Iverson ser canhoto...). Esta característica só se estabeleceu quando estavam a ser escritas as primeiras implementações e é radicalmente diferente da ordem de execução do livro de 1962, onde ainda eram utilizadas as regras da álgebra. Ora um dos exemplos apresentados por Iverson para justificação da regra «da direita para a esquerda» é o cálculo do valor de fracções contínuas regulares e de polinómios. Aliás o número *e* é mesmo introduzido via aproximação de fracção contínua, logo um exercício dum dos primeiros capítulos; estes e outros exemplos demonstram a profundidade do livro, não se devendo esquecer estar dedicado a um nível abaixo do universitário.

E, como mencionámos a ordem de execução das funções, gostaríamos de salientar ser agora quase dez anos após o seu estabelecimento, uma das orientações actuais antevistas para a linguagem a extensão desta regra a todos os operadores, considerando-se em *APL* como operador toda a função (monádica ou diádica) que possui uma ou duas outras funções por argumentos (que por sua vez terão ainda argumentos numéricos). Nalguns casos, especialmente no da indexação para os operadores de eixos, já referidos ao analisarmos acima o livro de Demars, Rault et Ruggiu (1974), isso tem levado a uma redefinição profunda das estruturas dos quadros; compare-se com a breve resenha ao artigo de Lathwell e Mezei sobre a descrição formal do *APL* no exame, abaixo, das actas do colóquio de 1971 em Paris.

Mas, voltando ao livro de Iverson de 1966: quando foi publicado existia já uma versão experimental do *APL*/ /360 e a ela é dedicado o último capítulo do livro. Contudo esta versão é anterior ao grande incremento do *APL* como linguagem de programação e, aqui e além, o âmbito desse capítulo está um pouco ultrapassado. Hoje este livro seria mais um compêndio de matemática, como dissémos, e assim é perfeitamente actual e mesmo original, mais do que propriamente um livro de *APL* no sentido moderno, ou então uma óptima introdução à linguagem para o ensino liceal. Contudo, um dos seus méritos é ainda ser de grande relevo para a compreensão da evolução da linguagem, em especial durante os primeiros anos da sua existência.

Iverson, Kenneth E. (1972). *Algebra: An Algorithmic Treatment*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts.

No domínio a que se dedica, ou seja, o ensino da álgebra elementar com a utilização de técnicas computacionais e do *APL*, este livro é, na nossa opinião, ex-

traordinário e um ponto de referência no campo da linguagem e do seu uso como veículo de comunicação de algoritmos.

São tratados tópicos tais como a resolução de sistemas de equações lineares, funções lineares, polinómios e operações, avançando mesmo por caminhos desconhecidos ao nível da nossa matemática liceal, como sejam operações elementares com matrizes e uso da inversa para a resolução de sistemas de equações, ajustamentos pelo método dos menores quadrados (via função nativa de inversão de matrizes, mas sem apresentar o processo de cálculo, como seria de esperar); o mesmo sucede, aliás com o conceito de determinante, definido, sob certas condições, como função de matriz quadrada.

A definição do produto externo é introduzida muito cedo, logo no início do capítulo 2, em conexão com a construção de tabelas das funções soma e produto. O produto interno aparece também bastante mais cedo do que seria de esperar, e é curiosa a sua introdução num algoritmo de caminho crítico, muito simples como conviria para a audiência do livro. A redução surge de forma ainda mais natural, mesmo no princípio do livro, mal está definida a soma de dois números inteiros, na página 7.

Um capítulo relaciona vários aspectos de aritmética e representação dos números, em especial dos números racionais; é dos mais curiosos e merece estudo detalhado. Os números primos tinham sido antes apresentados por via programática e aí usados na definição do menor múltiplo comum e do máximo divisor comum. Outros assuntos tratados de maneira notável são os coeficientes binomiais, polinómios factoriais e indução matemática.

Tanto o aprendiz de *APL* como qualquer pessoa interessada nas modernas exposições de matemática deviam considerar este livro como uma valiosa leitura obrigatória.

Katzan, Harry (1970). *APL Programming and Computer Techniques*. Van Nostrand-Reinhold, New York.

O título é um tanto enganador, pois além de três capítulos (elementares) sobre *APL*, trata também de muitos outros assuntos, sem qualquer ligação na exposição, como sejam, generalidades sobre computadores, sistemas de exploração (incluindo memória virtual) e linguagem FORTRAN. Está na mesma linha de outros livros deste autor e deve ser lido nesse contexto.

A nosso ver poderia ser usado ao nível de cursos de introdução aos computadores das nossas universidades, dado o seu carácter de obra de referência. O apêndice é também dedicado ao *APL* e, aí sim, apresenta bons exemplos, alguns respigados da estatística, investigação operacional e análise numérica, o que aumenta substancialmente a sua utilidade.

Katzan, Harry (1971). *APL User's Guide*. John Wiley and Sons, New York.

Este manual é, em boa parte, uma reposição dos capítulos sobre *APL* (com excepção do apêndice) do livro acima analisado, com exemplos talvez melhorados. Pode também servir como obra de introdução à linguagem, mas quanto a nós a sua grande utilidade reside na extensa análise dos comandos do *APL*/360, operação dos terminais da linguagem e mensagens do sistema, em especial das mensagens de erro.

Quando estes dois livros de Katzan foram publicados havia relativamente poucas obras sobre estes assuntos de carácter didático. Desempenharam, por isso, um papel importante, embora hoje estejam um pouco ultrapassados.

von Maydell, U. E. (1970). *An Introduction to Probability Using APL*. Department of Computing Science, The University of Alberta, Edmonton, Alberta.

Embora seja uma publicação de características um pouco especiais, como o seu título indica, pensamos mesmo assim que deve figurar numa colectânea de críticas deste género, especialmente como prova da versatilidade da linguagem.

Neste manual a autora preocupa-se com o ensino das probabilidades a um nível introdutório, e isso é feito via *APL*. Por exemplo, o conceito de valor esperado de uma variável aleatória discreta assumindo os valores que constituem o vector X com probabilidades P pode ser escrito em *APL* muito simplesmente $+/P\times X$ ou, como uma alternativa para o uso do produto interno, $P+.\times X$.

Esta técnica é hoje seguida por numerosos autores, mesmo no campo da estatística e das probabilidades. Pensamos nos livros abaixo de Smillie (1973, 1974), numas notas, já há anos aguardando publicação, de Anscombe (Statistical Computing with *APL*), e noutros trabalhos, mormente artigos de revistas. O texto de Freiberger and Grenander (1971) vai numa orientação um pouco diferente.

Contudo o valor do trabalho de von Maydell reside no facto de ter sido um dos trabalhos pioneiros. A publicação está bastante limitada, tendo sido anunciado um segundo volume, infelizmente ainda por publicar, pois pensamos que trabalhos deste tipo podem desempenhar um papel de relevo especial na projecção da linguagem.

Mock, Theodore J. and Vasarhely, Miklos A. (1972) *APL for Management*. Wiley-Becker and Hayes, New York.

O título do livro é bem representativo do seu conteúdo, tratando temas de gestão e planeamento, um pouco na linha de Buckley *et al.* (1974). Discute tópicos tais como estatística dedutiva elementar (vejam-se os livros de Smillie abaixo), programação matemática, simulação, PERT, etc., além de uma apresentação simplificada das funções nativas mais usadas na linguagem, sem se preocupar com processamentos de quadros de número dimensional para além de dois; tendo em vista as finalidades do livro tal restricção não é limitação alguma.

Muitas das funções usadas, por exemplo as da programação linear interactiva, devem-se ao Professor

Smillie (cujos livros são examinados no seguimento) e integram-se num conjunto de programas de aplicações estatísticas e matemáticas conhecido por STATPACK2, disponível na Universidade de Alberta.

Pensamos ser este o livro ideal para o gestor interessado em extrair algum proveito da linguagem sem se preocupar com detalhes de escrita de programas, manutenção do sistema, etc. Nesta óptica recomendamo-lo sem hesitações.

Pakin, Sandra (1972). *APL/360 Reference Manual*. Second Edition. Science Research Associates, Chicago, Illinois.

A primeira edição deste livro data de 1968, contemporânea das duas primeiras versões disponíveis da linguagem para uso geral e foi por isso um dos primeiros que, historicamente, contribuiram para a sua expansão. Essa edição é anterior mesmo ao *User's Manual*, Falkoff and Iverson (1972), referido cima e que então circulava sob forma policopiada. Por isso mesmo chamámos a este «o relatório da linguagem *APL*».

Pelos motivos acima e pela preocupação de tratamento exaustivo de sintaxe da linguagem são-lhe feitas frequentes referências na literatura quanto à definição do *APL*. Por ter em consideração os conceitos introduzidos entre 1968 e 1971, esta segunda edição do livro é mais completa do que a primeira, sem contudo introduzir modificações profundas, e conservando no essencial o mesmo sabor, sempre com grandes cuidados pedagógicos.

A discussão de todos os elementos da linguagem e funções nativas é muito rigorosa. Também as funções definidas e as técnicas da sua escrita, edição e alteração são tratadas com toda a atenção e do livro fazem ainda parte numerosos exemplos, em geral bem exemplificativos das enormes possibilidades da linguagem.

Não obtante não considerar ainda a maior flexibilidade oferecida pelo *APLSV* trata-se de um excelente livro de consulta, muito acessível em particular para quem tiver de utilizar na prática a linguagem através de um terminal.

Penfield, Paul (1971). *MARTHA User's Manual*. The MIT Press, Massachusetts Institute of Technology, Boston, Massachusetts.

Um manual sobre a utilização de um conjunto de programas, designado por *MARTHA*, destinados a analisar circuitos eléctricos de tipo linear e alguns de tipo não-linear.

Não nos podendo pronunciar sobre o conteúdo técnico deste documento, notamos apenas que inclui um sumário muito ligeiro da linguagem. Estamos em crer acabarem muitos utilizadores destes programas por sentir a necessidade de aprofundar essas bases de *APL*, tendência louvável neste tipo de aplicações em que o computador é um precioso auxiliar de ensino e ainda uma fonte de simulação de experiências. Numerosos casos de saídas gráficas.

Perlis, Alan J. (1975). *Introduction to Computer Science*. Harper & Row, New York.

O Professor Perlis não necessita de qualquer apresentação, e o seu prestígio é uma garantia da qualidade do livro, cujo conteúdo transparece bem no título. Trata-se de outra obra de valor incalculável, por um lado pelo facto de ser usado não só o *APL* como também o ALGOL na descrição de algoritmos, arquitectura de computadores, processamento de linguagens, organização de dados e análise de sistemas. Parece, pois, não serem as duas linguagens tão incompatíveis como alguns académicos pretendem fazer crer, pelo menos para este tipo de exposição e para uma autoridade como é o autor.

Por outro lado, parece-nos interessante mencionar, o Professor Perlins é, de facto, um dos implementadores do *APL*, tendo sido responsável pela escrita do interpretador disponível para o DEC PDP-10 desenvolvido na Carnegie-Mellon University há cerca de dois anos e, segundo se consta, um dos melhores de qualquer sistema Pensamos que tal só é válido na presente lista de referências para quatro outros autores, o Dr. Philip Abrams (acima mencionado em Abrams et Lacourly (1972)), o Dr. Bernard Robinet (ver Robinet (1971)) e Richard Lathwell e Jorge Mezei (de quem um importantíssimo trabalho é referido no *Coloque APL* (1971) examinado abaixo).

Fizémos, no início deste artigo, uma menção ao carácter interpretativo por excelência do *APL*. Ora, Perlis chegou ao ponto de em 1971 o ter já considerado como uma extensão natural do Assembler. É curioso como esta afirmação profética está agora em vias de tomar forma. O livro reflecte estas facetas das contribuições de Alan Perlis para o progresso do *APL*.

Polivka, Raymond and Pakin, Sandra (1975). *APL The Language and Its Usage*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Trata-se de um livro muito ao estilo do de Pakin (1972), com a colaboração de um dos primeiros cultores da linguagem, Polivka, autor de um sistema de ensino de *APL* com o auxílio do computador, escrito na própria linguagem e que fazia parte das primeiras versões do *APL*/360; um exemplo do uso do *APL* no CAI (Computer Assisted Instruction).

Prager, William (1971). *An Introduction to APL*. Allyn and Bacon, Boston, Massachusetts.

Este é um outro compêndio muito interessante, ao nível de complexidade dos de Abrams et Lacourly (1972) de Pakin (1972) e de Hurtubise et Poulin (1973), acima referenciados, talvez de complexidade intermédia entre os dois primeiros. Como Abrams e Lacourly também não apresenta todas as possibilidades da linguagem, podendo por isso servir de texto para uma introdução ao nível da transicção liceu/universidade ou para quem tenha em vista avaliar das possibilidades concretas do APL

e. em casos concretos, fazer comparações com outras linguagens.

Alguns tópicos tratados exigem certos conhecimentos matemáticos como cálculo integral, matrizes e determinantes, mas nunca muito profundos. Muito bem desenvolvidas aqui são as saídas de gráficos, que foram omitidas de todas aquelas obras; pela facilidade do seu manuseamento em *APL* são de exploração assaz compensadora a este nível.

Robinet, Bernard (1971). *Le Langage APL*. Éditions Technip, Paris.

Trata-se de um livro impecável do ponto de vista científico, esgotando completamente as possibilidades do *APL*/360. Enquadra óptimos exemplos, alguns exigindo conhecimentos de matemática um pouco avançados, mas para leitores com uma tal bagagem será dos que mais vivamente aconselhamos. O autor, professor no Instituto de Programação da Universidade de Paris, foi também um dos escritores do compilador incremental *APL* do ICL-Elliott 4130, devendo-se-lhe ainda vários estudos teóricos sobre a semântica dos operadores de quadros.

O livro abre com um prefácio do Professor J. Arsac, logo um inimigo acérrimo do *APL* (mera coincidência ou atitude deliberada de Robinet?); conhecido assim o pensamento de Arsac, a leitura deste prefácio é uma imposição, quase diríamos, imprescindível, para quem se dedicar à linguagem. De facto, além de um ataque ao contexto e à forma do *APL* («acabam-se os belos ciclos de cálculo e as formas recursivas»), Arsac antevê as consequências dos programas compactos («sim, a língua *APL* é assim: diz muito com poucas palavras»), e deixa pairar sem resposta a questão da vantagem da expressão algorítmica.

Mas, esta crítica dirige-se ao livro de Robinet e não ao seu prefácio. Por isso passamos adiante. Nas duas partes que o compõem a linguagem é dissecada, passe o termo, em todos os pormenores, constituindo um tratamento exaustivo do *APL*/360 tal como à data era definido. Por vezes a ordem porque os assuntos são tratados é um pouco estranha, embora faça sentido. Por exemplo, os quadros são introduzidos logo no início, bem como as funções que a eles se aplicam especificamente, enquanto, pelo contrário, a apresentação formal da ordem de execução das operações só aparece próximo do fim da segunda parte, surgindo então como a única natural, até porque já foi sendo discretamente usada, embora só sejam apresentadas as justificações do próprio Iverson (1966).

As funções definidas são discutidas em dois capítulos distintos, um em cada parte. No primeiro é apresentado o essencial para o seu uso extensivo no decurso do livro, adiando-se todos os pormenores da sua escrita até ao outro capítulo. Notámos que também a menção dos comentários vó vem quase no final, opção aceitável embora a maioria dos autores coloque a sua explicação logo na primeira página do livro que escrevem, ou quase.

Como dissémos, o nível desta obra é avançado, reflectindo-se nos exemplos. Para citar uma amostra: operações sobre estruturas algébricas, processamentos não-numéricos, gerações de permutações, operações sobre permutações e quadrados latinos ortogonais, teoria dos grafos, etc.

Em conclusão, diremos que se trata de um livro excepcional, a par com Gilman and Rose (1974), quiçá um excelente aperitivo para o de Demars, Rault et Ruggiu (1974). Só é de lamentar que esteja um pouco desactualizado em relação aos desenvolvimentos da linguagem posteriores a 1971, em particular ao *APLSV*, o que esperamos venha a ser ultrapassado numa próxima edição.

Smillie, Keith W. (1973). *A Short Introduction to APL/360*. Department of Computing Sciences, The University of Alberta, Edmonton, Alberta.

Um livrinho com menos de 20 páginas de texto, um apêndice de pouco mais de 30 com listagens de exemplos e outro sobre vários aspectos elementares da estatística e probabilidades com menos de 10, usado em várias universidades do Canadá e dos Estados Unidos para introdução ao *APL*, dedicado a estudantes cuja orientação principal não é a informática, de preferência com alguns conhecimentos de estatística elementar.

A selecção dos tópicos foi muito cuidada e os exemplos são de compreensão fácil e de grande utilidade; o nível matemático não é elevado, mas isso de modo algum diminui o valor do trabalho. O autor teve a preocupação de eliminar alguns tópicos de maior complexidade, mas os apresentados são bastante detalhados, mesmo a função de inversão de matrizes, quer usada como tal quer em ajustamentos lineares, assuntos nem sempre devidamente considerados a este nível mais elementar.

O apêndice 2, com as saídas gráficas usando as funções desenvolvidas no texto, é do maior interesse. Também a apresentação da recursão em dois exemplos, o primeiro — clássico — do cálculo do factorial de *n*, e o segundo da torre de Hanói, é de leitura simples e agradável.

Smillie, Keith W. (1974). *APL/360 With Statistical Examples*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts.

Outra excelente publicação do mesmo autor, mais avançada em complexidade matemática e exigindo também mais noções de estatística, não muito profundas ou pelo menos superficiais, pois os conceitos são desenvolvidos no texto, muitas vezes através de programas, como veremos.

Uma vez que na crítica do outro manual do Professor Smillie acabámos por falar do estudo que aí apresenta da recursão, parece-nos interessante começar por referir aqui também o mesmo assunto. Este é agora abordado de maneira muito clara, com um capítulo completo dedicado a esse tema. Se, por um lado, repete os

mesmos exemplos, outros surgem: é o caso dos números do Fibonacci, para os quais são apresentadas nada menos do que cinco funções geradoras: a primeira recursiva dupla, uma segunda chama outra recursiva simples, a quarta interactiva e a quinta, finalmente, gera todos os termos até uma ordem dada. Este capítulo dedica-se ainda à função de Ackermann, ao cálculo dos dígitos de *e* numa base qualquer e a ordenações.

No concernente ao estudo da estatística, as definições surgem muitas vezes por via programática; de acordo com a nossa própria experiência, isso é ideal para a experimentação com estes conceitos. Recordamos aqui, de passagem, a introdução das medidas estatísticas de localização (a média, a moda e, em especial neste contexto, a mediana) e de dispersão. A moda só surge muito mais tarde do que é habitual, não obstante ser dos conceitos estatísticos de apreensão mais simples e natural, já depois do estudo das tabelas de contingência. Outros temas de estatística incluem histogramas, coeficientes de correlação simples e parciais, regressões lineares simples e múltiplas, o teste de Wilcoxon, a análise da variância e cálculo de probabilidades discretas.

Estranhámos ver no decurso da exposição o autor usar uma função de inversão de matrizes escrita em *APL*, em vez da função nativa da linguagem na versão *APL*/ /360 usada, mas pensamos que isso terá sido motivado pela necessidade de apresentar um bom exemplo de uso das outras funções aplicadas a quadros. Também poderíamos esperar num livro destes, datado do ano passado, o uso de certas extensões da linguagem (o *APLSV* foi já usado pelo autor noutras publicações); talvez isso tenha sido unicamente por uma limitação de espaço ou de tempo, mas sem dúvida melhoraria ainda mais a imagem do trabalho.

Alguns capítulos são notáveis. Falámos já do da recursão. Outro é dedicado à simulação, de importância enorme no âmbito da estatística, e aí lemos com imenso agrado o tratamento do teorema do limite central e a sua comprovação empírica no caso da convergência da lei binomial para a normal, através de tiragens aleatórias simuladas pelo próprio *APL*, via função geradora de números aleatórios. Tal exposição é do maior valor pedagógico e permite ver com clareza um resultado fundamental em toda a teoria das probabilidades e da estatística.

Walker, Terry (1972). *An Introduction to Computer Science: APL Language Programming*. Allyn and Bacon, Inc., Boston, Massachusetts.

Um livro introdutório, talvez comparável com o de Prager (1971), incluido numa série, todos do mesmo autor, onde os outros livros tratam ou de outras linguagens ou de conceitos vários de computadores.

De facto pensamos dever esta obra ser lida em conjunção com os restantes livros de Walker, visto tratar-se de uma colecção com carácter de referência, embora podendo ser também seguida para fins de ensino. No que respeita ao *APL* muitos tópicos poderiam ter sido aprofundados, o que a verificar-se do mesmo modo nos restantes livros tornaria, porém, esta colecção de certo modo enciclopédica.

Weidmann, Clark (1975). *Handbook of APL Programming*. Petrocelli/Charter, New York.

Devido ao facto de este livro ser de publicação muito recente não tivémos até esta data possibilidade de obter uma cópia. Incluímo-lo aqui para tornar esta lista tão completa quanto possível (repetindo, o que dissémos no início deste artigo, não ser a mesma exaustiva), pois as críticas preliminares publicadas em revistas de informática garantem-nos estar este livro de Weidmann predestinado a grande projecção no domínio do *APL*.

Colloque APL. Institut de Recherche d'Informatique et d'Automatique (IRIA), Domaine de Voluceau, Rocquencourt, França (1971).

Estas são as actas do primeiro congresso do *APL* realizado na Europa, em Setembro de 1971. Abrangem excelentes artigos, a par de outros menos bons, agrupados em quatro capítulos: ensino e aplicação da linguagem *APL* (dois capítulos), outro sobre aspectos teóricos e o quarto acerca da implementação da linguagem.

No primeiro capítulo podemos citar um artigo de Iverson, reproduzido em apêndice em Iverson (1972), sobre o uso do *APL* como notação algébrica. Outros artigos referem-se à utilização da linguagem no ensino da engenharia, da física, da estatística, da investigação operacional, etc.

O capítulo sobre os aspectos teóricos contém três artigos, de grande profundidade qualquer deles. Um, de Abrams, tratando de aspectos formais da semântica onde, entre outras teses é abordada uma nova maneira de indexar quadros, baseando-se na redução por um operador novo, a introduzir, dos elementos a indexar; tal teoria, notável há quatro anos e, por exemplo, implementada no *APL*/1100, parece-nos vir a ser ultrapassada em estruturas de quadros generalizados. O segundo artigo, sobre o mesmo tópico, é de Robinet (compare-se com o que dissemos acerca de Abrams et Lacourly (1972), Robinet (1971) e Perlis (1975), acima). Finalmente o terceiro artigo deste capítulo é de Lathwell e Mezei (outros dois implementadores), a descrição formal da linguagem em termos da própria linguagem, fundamental para todos os estudos teóricos sobre os fundamentos do *APL*, e hoje largamente usada pelos implementadores de interpretadores e compiladores e construtores de máquinas *APL*.

Segundo sabemos este trabalho foi o primeiro onde foram usados sistematicamente os operadores de eixos (catenação — laminação, expansão, compressão, reflexão rotação, subida, descida, redução e varrimento), para os quais se prevê a definição de uma sintaxe uniforme a todos eles. É curioso que aqui o operador de varrimento (introduzido apenas em 1973 com o *APLSV*) só foi definido para a soma aritmética e igualdade e desigualdade lógicas; parecia óbvio tê-lo estendido a outras funções. No respeitante aos operadores de subida e descida ao longo dos eixos, para quadros, ainda não existem hoje

implementações práticas, segundo julgamos saber, embora haja rumores de eles terem feito parte do reportório de instruções do STAR (compare-se com o que foi dito em Demars, Rault et Ruggiu (1974), acima). Este artigo usa extensivamente uma função de IF lógico, como aliás fazem outros autores (e. g. Smillie), implementada com base na compressão pela expressão lógica e, por isso, de incorporação pouco provável na linguagem.

Outro prato forte deste congresso foram, já então, as máquinas *APL*, a que são dedicados três artigos no último capítulo.

APL Congress 1973. Gjerlov, P., Helms, H. J. and Nielsen, J., editors. North-Holland/American Elsevier, Amsterdam-London-New York (1973).

Estas actas do segundo congresso europeu do *APL* contêm 65 artigos sobre variadíssimos tópicos, estudos teóricos e aplicações, desde a codificação em *APL* de trechos musicais à programação gráfica. Todos os artigos estão em Inglês.

O congresso foi realizado sob o signo de algumas críticas violentas dirigidas à linguagem. Entre elas são notáveis as formuladas pelo Professor Dijksta na recepção do prémio Turing de 1972 (Dijkstra, E. (1972). «The humble programmer». *Comm. of the ACM, 15,* Vol 10, *pg.* 859 *et ff.).* Estas críticas relacionam-se de perto com dois aspectos: o primeiro de repúdio à tendência de certos autores para as linhas de código excessivamente compactas (as «one liners»), que por vezes abarcam todo um programa; compare-se com o que diz Arsac no prefácio a Robinet (1971). O segundo aspecto das críticas de Dijkstra é sobre a falta de estruturas lógicas de controlo da execução das funções, dos tipos IF... THEN... ELSE, DO... END, e DO WHILE... END, e alguns dos trabalhos do congresso de Copenhaga são dedicados a possíveis saneamentos desta situação.

Algumas semanas antes do congresso havia aparecido porém um artigo de Falkoff e Iverson (Falkoff, A. and Iverson, K. E. (1973). «The design of *APL*». *IBM J. of Research and Development, 17, pp* 324-334), onde são precisamente criticadas essas estruturas de controlo por serem dependentes do contexto e estarem limitadas a escolhas binárias em cada passo. Entretanto foi anunciado também o *APLSV* e esta linha de investigação parece ter sido, por agora pelo menos, relegada para plano secundário. Notamos aqui, de passagem, ser possível simular a instrução composta IF... THEN... ELSE muito facilmente por meio da função de execução do *APLSV*, mas essa utilização, no sentido da programação estruturada, transparece como estranha à estrutura do *APL*.

Outra linha de desenvolvimento futuro hoje muito em destaque (veja-se acima a crítica a Demars, Rault et Ruggiu (1974)) diz respeito aos quadros generalizados, funções e operadores, a que nos referimos múltiplas vezes; também nestas actas foram dedicadas várias comunicações a estes assuntos. Pensamos que esta orientação será das mais importantes e trará, de futuro, as modificações mais drásticas a introduzir no *APL*. Para já permitirá a existência de funções definidas multiádicas, sendo hoje uma das limitações da linguagem a valência das funções só poder ser 0 (para as definidas) e 1 ou 2 (para as nativas e para as definidas), outra séria limitação, aliás notada por Robinet (1971) e Demars *et al.* (1974).

Ainda uma terceira linha de investigação orienta-se no sentido de processamentos com pares de valores, sujeitos no cálculo às leis das operações com números complexos, e a ela é dedicado um artigo; é curioso ter este aspecto sido abordado também nesse artigo de Falkoff e Iverson, mas sem ser sugerida saída alguma. Somos dos que pensam só vir este tópico a ser solucionado num âmbito mais geral, eventualmente após terem sido implementados os quadros de quadros; outras linguagens, como o PL/I, o ALGOL 68 e o próprio FORTRAN tratam-no sem grandes complexidades, é certo, mas sem qualquer generalidade de interesse.

APL 75: Congress Proceedings. Association for Computing Machinery, New York (1975).

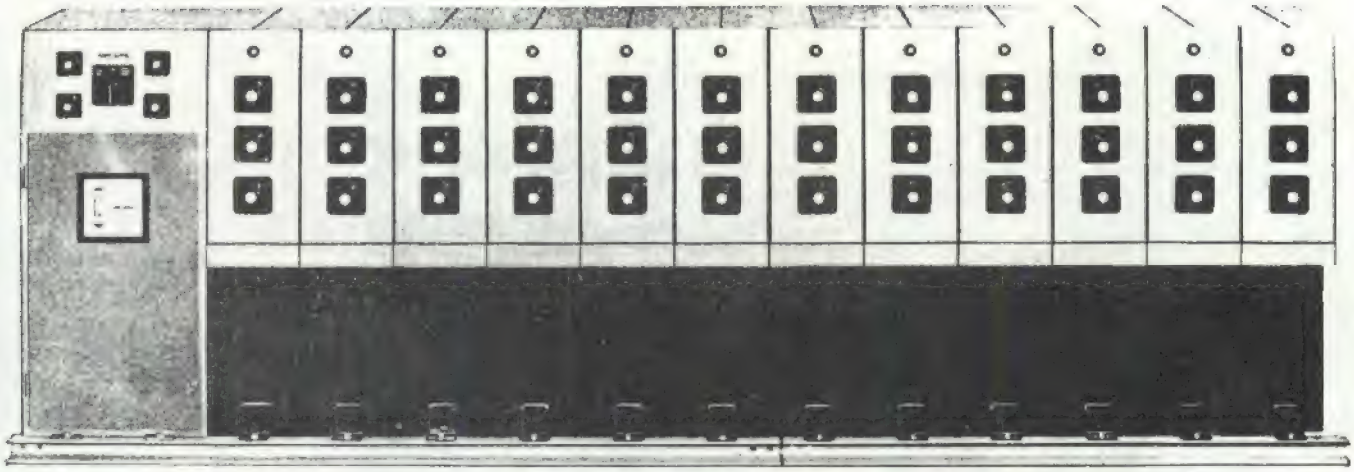
Meia centena de artigos é o activo do terceiro congresso *APL* na Europa, subordinado aos temas: desenvolvimento, implementação e aplicações da linguagem.

Uma boa parte deles foi novamente dedicada à interpretação directa pelo «hardware». Alguns outros tópicos de interesse e sem dúvida de grande relevo futuro dizem respeito à verificação dos programas (tema já abordado também em 1973 e noutros artigos dispersos pela literatura e de importância quanto à própria fiabilidade das máquinas *APL*), redes de computadores e montagem e acesso a bases de dados em *APL*. Ainda outra tendência, já verificada, no sentido de críticas acerbas a certas estruturas e implementações da linguagem voltaram à ordem do dia.

Parece, na realidade estar o *APL* a despertar um interesse de uma parte da comunidade informática mundial que ainda há escassos anos seria um sonho imaginar. Em particular é agora urgente uma normalização da linguagem; se a sua falta permitiu uma grande flexibilidade aos implementadores durante vários anos, possibilitando-lhes delinear as melhores opções antes de as tornar disponíveis, a proliferação de sistemas e, daqui em diante também de máquinas, torna-a indispensável, como condição para a expansão continuada e harmónica do *APL*.

Feiras, Conferências, Exposições e Congressos

OBJECTIVOS E PROGRAMA	LOCAL, DATA, ORGANIZAÇÕES E INFORMAÇÕES
V Simpósio Iberoamericano de Catálise	Lisboa 25 a 30 de Julho - 76 Fundação Gulbenkian
International Trade Fair	Elmia, Jönköping, Sweden 27 de Setembro a 1 de Outubro - 76
First International Timplate Conference	Londres 5 a 8 de Outubro - 76 In Research Institute
1 European Colloquium on Construction Quality Controp	Madrid 11, 12 e 13 de Novembro - 76



Para a compensação de potências reactivas, quer sejam de 25, 300 ou 3000 kVAr

apresentamos as baterias de condensadores

MICOMAT

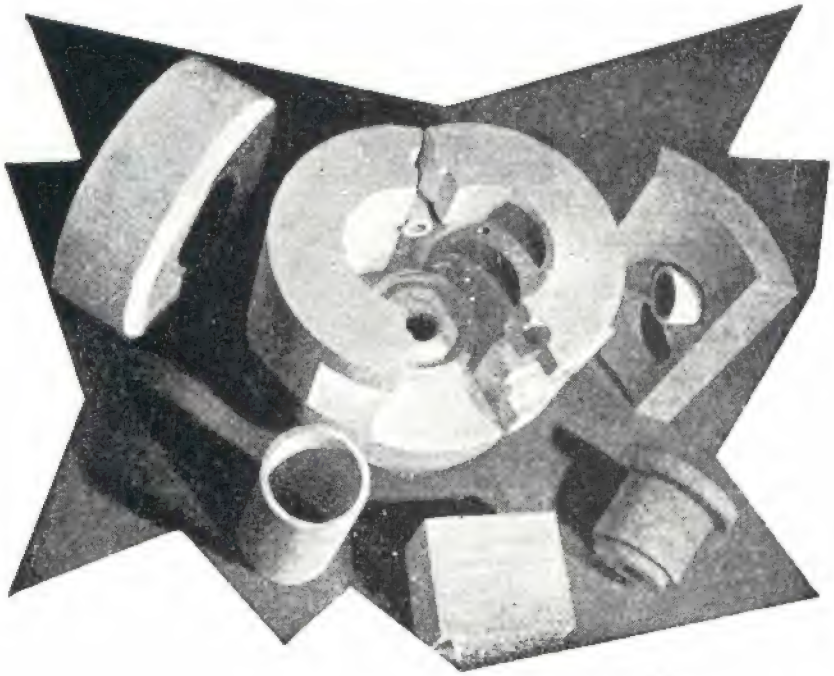
que garantem uma tripla acção

Este conjunto é constituído por elementos pré-montados de rapida montagem e fácil aumento de capacidade. As baterias de condensadores MICOMAT são compactas e de linhas modernas. Dirija as suas consultas e solicite literatura técnica ao representante da MICAFIL S.A. — Zurich (Suisse)

Sociedade de Electricidade Brown Boveri, Ldª
Sede: Rua Sá da Bandeira, 481-2º-Dtº-Porto
Delegação: Rua Filipe Folque, 36-5º-Lisboa

a técnica moderna emprega

BETÕES REFRACTÁRIOS



à base dos cimentos

FONDU LAFARGE

e

SECAR 250

porque são

práticos
eficientes
económicos

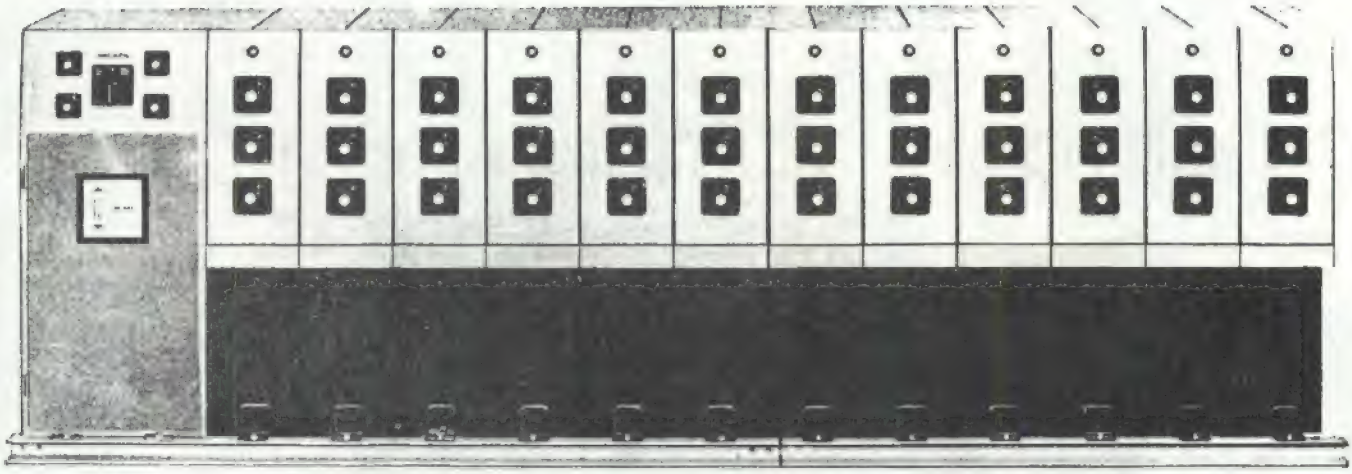
REFRACTÁRIOS ATÉ 1800° C

REFRACTÁRIOS ISOLANTES ATÉ 1700° C

Os nossos serviços técnicos, especializados, estão à vossa inteira disposição para estudar, sem qualquer encargo da vossa parte, a adaptação dos BETÕES REFRACTÁRIOS a todos os vossos problemas

AGUIAR & MELLO L.DA

P. do Município, 13-1.º — LISBOA — Tel. 32 11 51/2



Para a compensação de potências reactivas, quer sejam de 25, 300 ou 3000 kVAr

apresentamos as baterias de condensadores

MICOMAT

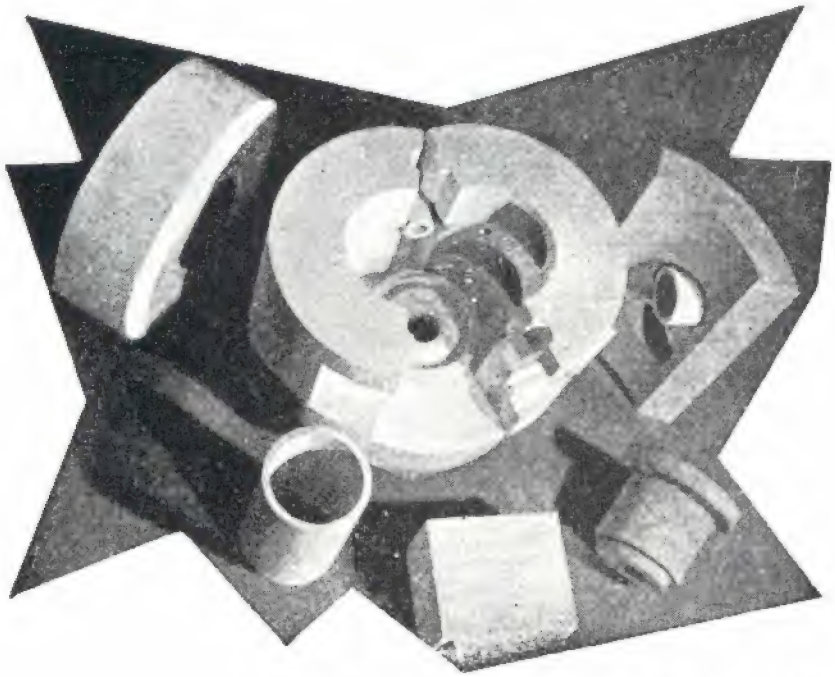
que garantem uma tripla acção

Este conjunto é constituído por elementos pré-fabricados de rapida montagem e fácil aumento de capacidade. As baterias de condensadores MICOMAT são compactas e de linhas modernas. Dirija as suas consultas e solicite literatura técnica ao representante da MICAFIL S.A. — Zurich (Suisse)

Sociedade de Electricidade Brown Boveri, Ldª
Sede: Rua Sá da Bandeira, 481-2º-Dtº-Porto
Delegação: Rua Filipe Folque, 36-5º-Lisboa

a técnica moderna emprega

BETÕES REFRACTÁRIOS



à base dos cimentos

FONDU LAFARGE

e

SECAR 250

porque são

práticos
eficientes
económicos

REFRACTÁRIOS ATÉ 1800° C

REFRACTÁRIOS ISOLANTES ATÉ 1700° C

Os nossos serviços técnicos, especializados, estão à vossa inteira disposição para estudar, sem qualquer encargo da vossa parte, a adaptação dos BETÕES REFRACTÁRIOS a todos os vossos problemas

AGUIAR & MELLO L.DA

P. do Município, 13-1.º — LISBOA — Tel. 32 11 51/2

Resumo dos Artigos publicados na «Técnica» n.º 431

Ano L — Dezembro 1975

C. D. U. 621.373:621.316.825.4

J. F. BORGES DA SILVA
J. M. VIEGAS GONÇALVES

OSCILAÇÕES AUTO-EXCITADAS NUM CIRCUITO CONDENSADOR-TERMISTOR.

Técnica N.º 431 — L — 12-1975, p. 89 a 102

Faz-se a análise do comportamento dinâmico da associação em paralelo dum condensador com um termistor alimentada por um gerador ideal de corrente, e em particular da possibilidade de ocorrência de oscilações auto-excitadas. Comparam-se resultados experimentais com os resultados da simulação numérica do modelo teórico proposto. São descritas as experiências que permitem determinar os parâmetros do termistor a uma montagem destinada a simular os elevados valores de capacidade que foram necessários nas experiências. Utilizando a simulação numérica, faz-se o estudo e interpretação física do comportamento do sistema para diferentes valores da capacidade do condensador. Apresenta-se, para caracterização do termistor no domínio incremental, um esquema eléctrico equivalente deduzido das equações diferenciais não-lineares que regem o seu comportamento.

C. D. U. 621.374

L. T. MAGALHAES
M. P. O. RICOU

MAQUINA DE TURING PARA CONVERTER EXPRESSÕES EM NOTAÇÃO "INFIX" EM EXPRESSÕES EM NOTAÇÃO "POSTFIX" — I. DEFINIÇÃO DA MAQUINA E REDUÇÃO DE ESTADOS.

Este artigo é o primeiro de dois dedicados ao projecto de uma máquina de Turing para converter notação *infix* em *postfix*. São amplamente utilizados, como auxiliares no projecto, métodos de análise de estrutura algébrica de máquinas sequenciais, que têm vindo a ser estabelecidos no domínio da Teoria dos Automata.

Neste primeiro artigo é apresentado um algoritmo, definida uma máquina de Turing nele baseada, e reduzidos os estados da máquina de modo a obter uma máquina mínima.

C. D. U. 624.07:518.3

E. R. DE ARANTES E OLIVEIRA

REFLEXÕES SOBRE A EVOLUÇÃO DA ENGENHARIA DE ESTRUTURAS.

Técnica N.º 431 — L — 12-1975, p. 103 a 116

Recordam-se as duas revoluções sofridas pela Engenharia de Estruturas, provocadas respectivamente pela utilização dos princípios da Mecânica, no século XVIII, e dos computadores digitais em meados do século XX. O desenvolvimento de técnicas de discretização, como a dos elementos finitos, veio permitir a resolução de numerosos problemas. Sente-se no entanto a necessidade de uma profunda modificação dos métodos tradicionais que torne possível uma mais eficaz exploração das potencialidades das máquinas.

C. D. U. 681.14.016

J. MARQUES HENRIQUES

UMA BIBLIOGRAFIA DE *APL*.

Técnica N.º 431 — L — 12-1975, p. 127 a 138

Este artigo é uma colectânea de breves críticas bibliográficas de livros sobre a linguagem *APL*. A variedade de tópicos tratados nestas obras reflecte a profunda importância assumida por esta linguagem em todos os domínios da informática.

Synopsis of articles published in «Técnica» n.º 431

L — Dezember 1975

C. D. U. 621.374

L. T. MAGALHAES
M. P. O. RICOU

TURING MACHINE FOR THE TRANSLATION FROM INFIX TO POSTFIX NOTATION — I. DEFENITION AND STATE REDUCTION.

Técnica N.º 431 — L — 12-975, p. 117 a 126

This is the first of two papers related to the design of a Turing machine for the translation of *infix* notation to *postfix* notation. Methods for the analysis of algebraic structure of sequential machines, recently developed as part of Automata Theory, are largely used.

In this first paper we present an algorithm, define a Turing machine realizing it, and reduce machine states in order to get a minimal machine.

C. D. U. 621.373:621.316.825.4

J. F. BORGES DA SILVA
J. M. VIEGAS GONÇALVES

SELF-EXCITED OSCILLATIONS IN A CONDENSER-THERMISTOR CIRCUIT.

Técnica N.º 431 — L — 12-1975, p. 89 a 102

The dynamic behaviour of a condenser and a thermistor connected in parallel with an ideal current souce is analysed, particular attention being given to the possibility of self-excited oscillations. Results from experiments are compared with results obtained by numerical simulation of the theoretical model proposed. Experiments required for the determination of thermistor parameters and a method for the simulation of large capacitance values are described. System behaviour was further investigated for various capacitance values using numerical simulation, the results being interpreted physically. A thermistor small signal equivalent circuit, derived from the non-linear differential equations describing its behaviour is presented.

C. D. U. 681.14.016

J. MARQUES HENRIQUES

A BIBLIOGRAPHY OF *APL*.

Téonica N.º 431 — L — 12-1975, p. 127 a 138

This survey paper brings together a collection of brief reviews of books on *APL*. The manifold of topics dealt with in these works shows the primary importance achieved by the language in all fields of information processing.

C. D. U. 624.07:518.3

E. R. DE ARANTES E OLIVEIRA

CONSIDERATIONS ON THE EVOLUTION OF STRUCTURAL ENGINEERING.

Técnica N.º 431 — L — 12-1975, p. 103 a 116

The two revolutions suffered by Structural Engineering, respectively in the XVIII th century, due to the introduction of the principles of Mechanics, and in the XX th century, due to the advent of computers, are first remembered. Attention is then called to the fact that a fully efficient exploration of the capacity of computers can be possible only if a deeper change of traditional methods is achieved.

Artigo N.º Data Pág.

6 — CIÊNCIAS APLICADAS

62 — ENGENHARIA

620 — ENSAIOS E ACÇÕES FÍSICAS SOBRE OS MATERIAIS

C. D. U. 620.193:66.046.37:621:438:546.31.9

«Heigh — Temperature corrosion of nickel-base alloys in the gas turbine» 427 6-975 317

César Augusto Correia de Sequeira

621 — ENGENHARIA MECÂNICA

C. D. U. 621:438:546.31.9:620.193:66.046.37

«Heigh — Temperature corrosion of nickel-base alloys in the gas turbine» 427 6-975 317

César Augusto Correia de Sequeira

621.3 — ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA

C. D. U. 621.3:517.512.2

Estudo experimental da aplicação do cepstro (1) à detecção de ecos e periodicidades em sinais 424 3-975 167

Luís Henrique Martins Borges de Almeida
Guilherme Diniz Moreno da Silva Arroz

C. D. U. 621.3:517.512.2

«Cepstrum»
Estudo experimental da sua aplicação ao sinal falado «Vocoders» 428 7-975 389

Iriarte José Araújo Esteves
José Alberto Teixeira

C. D. U. 621.317.34

Identificação de sistemas lineares por amostragem finita no domínio do tempo 423 2-975 133

J. M. Viegas Gonçalves

C. D. U. 621.374

A utilização de variáveis pseudo-aleatórias na identificação de sistemas 427 6-975 343

S. D. Antunes

C. D. U. 621.392.1:621.396.029.1

Analysis of fade durations on different microwave paths 421 10-974 23

José A. C. Saraiva Mendes

C. D. U. 621.396.65

Estudo da propagação da banda dos 11 GHz para ligações por satélite 426 5-975 289

José A. C. Saraiva Mendes

621.9 — FERRAMENTAS. MÁQUINAS-FERRAMENTAS. OPERAÇÕES MECÂNICAS

C. D. U. 621.9:338.45

Produção de máquinas-Ferramentas em pequena série 422 11-974 89

Luciano de Oliveira Faria

622 — EXPLORAÇÃO MINAS E TRATAMENTOS MINEIROS

C. D. U. 622.003

Bases do estudo económico de um empreendimento mineiro ... 423 2-975 111

C. Dinis da Gama

624 — ENGENHARIA CIVIL

C. D. U. 624.022.327.002.22:699.841

Metodologia para o estudo sísmico de edifícios prefabricados por painéis 423 2-975 121

S. Ferry Borges
A. Saraiva
J. Pereira
V. Monteiro

C. D. U. 624.025.3:699.844

Pavimentos flutuantes. Ensaio em modelo para qualificação do isolamento à transmissão de ruídos de percussão 427 6-975 349

P. Martins da Silva

C. D. U. 624.04:518.6

O método dos gradiantes conjugados e a sua aplicação na análise de estruturas 421 10-974 1

E. R. de Arantes e Oliveira
L. F. Gonçalves de Azevedo

C. D. U. 624.072.23

Vigas contínuas parcialmente encastradas 424 3-975 185

J. S. Brazão Farinha

C. D. U. 624.074.6

Sobre torres espiadas — Método de cálculo e um exemplo de aplicação 422 11-974 49

Luís Fernando Gonçalves Morgado de Azevedo

Artigo	N.º	Data	Pág.
C. D. U. 624.131.388:627.82			
Ensaios de fundações rochosas de barragens e seu comportamento	428	7-975	369
J. Laginha Serafim			
Marciano L. Guerreiro			
627.8 — BARRAGENS			
C. D. U. 627.82:624.131.388			
Ensaios de fundações rochosas de barragens e seu comportamento	428	7-975	369
J. Laginha Serafim			
Marciano L. Guerreiro			
628 — ENGENHARIA E TECNOLOGIA SANITÁRIAS			
C. D. U. 628.5:551.510.4			
Um modelo gaussiano para a dispersão de poluentes na atmosfera	428	7-975	383
J. J. Delgado Domingos			
M. Teresa Pontes			
C. D. U. 628.52:533.15:551.554			
Diffusion dans les couches limites stratifiées	424	3-975	221
		e	
	425	4-975	237
J. Mathieu			
629 — CONSTRUÇÃO DE VEÍCULOS — ASTRONÁUTICA			
C. D. U. 629.19:001+62			
Space and scientific and technological progress	426	5-975	305
O. M. Belotserkovskii			
C. D. U. 629.19:681.14			
Tratamento, num computador IBM 1130, da informação acerca da trajectória de um satélite artificial	422	11-974	97
Teresa Levy e Almeida Loureiro			
C. D. U. 629.19:551.501			
Obtenção dos dados meteorológicos através de um satélite artificial	421	10-974	33
Bettencourt Faria			
C. D. U. 629.19:681.14:551.501			
Conversor digital análogo temporal	423	2-975	141
Rodrigo Martins			
Isaura Martins			
66 — TECNOLOGIA QUIMICA			
C. D. U. 66.046.37:621:438:546.31.9:620.193			
«Heigh — Temperature corrosion of nickel-base alloys in the gas turbine»	427	6-975	317
César Augusto Correia de Sequeira			
C. D. U. 663.63			
Reutilização de água	427	6-975	355
J. Sarafana			
681.14 — MÁQUINAS DE CALCULAR			
C. D. U. 681.14:517.5(084)			
Um programa para o traçado de curvas de nível em pequenos calculadores	428	7-975	409
J. J. Amarante dos Santos			
C. D. U. 681.14:551.501:629.19			
Conversor digital análogo temporal	423	2-975	141
Rodrigo Martins			
Isaura Martins			
C. D. U. 681.14:629.19			
Tratamento, num computador IBM 1130, da informação acerca da trajectória de um satélite artificial	422	11-974	97
Teresa Levy			
Almeida Loureiro			
69 — CONSTRUÇÃO E EDIFÍCIOS, MATERIAIS E PROCESSOS DE CONSTRUÇÃO			
699.8 — PROTECÇÃO DAS CONSTRUÇÕES			
C. D. U. 699.841:624.022.327.002.22			
Metodologia para o estudo sísmico de edifícios prefabricados por painéis	423	2-975	121
S. Ferry Borges			
A. Saraiva			
J. Pereira			
V. Monteiro			
C. D. U. 699.844:624.025.3			
Pavimentos flutuantes. Ensaio em modelo para qualificação do isolamento à transmissão de ruídos de percussão	427	6-975	349
P. Martins da Silva			

técnica

REVISTA DE ENGENHARIA DA ASSOCIAÇÃO DOS ESTUDANTES DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

ÍNDICE POR ASSUNTOS DOS ARTIGOS PUBLICADOS

NÚMEROS 421 A 428 VOLUME XXXVI OUTUBRO DE 1974 A JULHO DE 1975

Artigo N.º Data Pág.

00 — FUNDAMENTOS GERAIS DO CONHECIMENTO E CULTURA

001 — CIÊNCIA E CONHECIMENTO EM GERAL. SABER. ERUDIÇÃO

C. D. U. 001+62:629.19

Space and scientific and technological progress 426 5-975 305

O. M. Belotserkovskii

007 — ACTIVIDADE E ORGANIZAÇÃO EM GERAL: INFORMAÇÃO, COMUNICAÇÃO E TEORIA DO CONTROLE EM GERAL, CIBERNÉTICA, INCLUINDO «ENGENHARIA HUMANA»

C. D. U. 007

Memorando sobre a inteligência artificial 427 6-975 329

Helder Coelho

3 — CIÊNCIAS SOCIAIS

338 — PRODUÇÃO. CRIAÇÃO DA RIQUEZA. SITUAÇÃO ECONÓMICA

C. D. U. 338.45:621.9

Produção de máquinas-ferramentas em pequena série 422 11-974 89

Luciano de Oliveira Faria

43 — LÍNGUAS GERMÂNICAS

C. D. U. 438:546.31.9:620.193:66.046.37:621

«Heigh — Temperature corrosion of nickel-base alloys in the gas turbine» 427 6-975 317

César Augusto Correia de Sequeira

5 — CIÊNCIAS PURAS

5.1 — MATEMÁTICA

C. D. U. 517:537.313

Sistemas de segunda ordem — Resposta no tempo e na frequência 425 4-975 277

Ricardo Charters d'Azevedo

C. D. U. 517.5(084):681,14

Um programa para o traçado de curvas de nível em pequenos calculadores 428 7-975 409

J. J. Amarante dos Santos

C. D. U. 518.6:624.04

O método dos gradiantes conjugados e a sua aplicação na análise de estruturas 421 10-974 1

E. R. de Arantes e Oliveira
L. F. Gonçalves de Azevedo

C. D. U. 518.6:539.3)

Um método de forças fictícias para a resolução de problemas geometricamente não lineares 421 19-974 7

E. R. Arantes e Oliveira
R. Teixeira Duarte

C. D. U. 517.512.2:621.3

Estudo experimental da sua aplicação ao sinal falado. «Vocoders» 428 7-975 389

Iriarte José Araújo Esteves
José Alberto Teixeira

C. D. U. 517.512.2:621.3

Estudo experimental da aplicação do Cepstro (1) à detecção de ecos e periodicidades em sinais 424 3-975 167

Luis Henrique Martins Borges de Almeida
Guilherme Diniz Moreno da Silva Arroz

C. D. U. 518.6

Solução da equação de Poisson pelo método de ritz-processo geral para qualquer contorno 423 2-975 127

Álvaro Bento Leal

Artigo	N.º	Data	Pág.
53 — FÍSICA			
C. D. U. 531.7.083:533.6.015			
Measurements in the region of recirculation behind a disc...	426	5-975	297
D. F. G. Durão			
J. H. Whitelaw			
C. D. U. 532.5:539.3			
A unified theory of small disturbances within compressible laminar and turbulent boundary layers	422	11-974	79
G. R. Inger			
C. D. U. 533.15:551.554:628.52			
Diffusion dans les couches limites stratifiées	424	3-975	221
		e	
	425	4-975	237
J. Mathieu			
C. D. U. 533.6.015:531.7.083			
Measurements in the region of recirculation behind a disc ...	426	5-975	297
D. F. G. Durão			
J. H. Whitelaw			
C. D. U. 537.313:517			
Sistemas de segunda ordem — Respostas no tempo e na frequência	425	4-975	277
Ricardo Charters d'Azevedo			
C. D. U. 539.232.543.42			
Espectros de massa e energia na formação de películas finas usando o processo de «evaporação por impacto»	424	3-975	213
Leopoldo J. M. Guimarães			
C. D. U. 539.3:532.5			
A unified theory of small disturbances within compressible laminar and turbulent boundary layers	422	11-974	79
G. R. Inger			
C. D. U. 539.31:518.6			
Um método de forças fictícias para a resolução de problemas geometricamente não lineares	421	10-974	7
E. R. Arantes e Oliveira			
R. Teixeira Duarte			
C. D. U. 539.56			
Introdução à mecânica da fractura	421	10-974	13
Salgado Prata			
54 — QUÍMICA-MINERALOGIA			
546 — QUÍMICA INORGÂNICA			
C. D. U. 546.31.9:620.193:66.046.37:621:438			
«Heigh — Temperature corrosion of nickel-base alloys in the gas turbine»	427	6-975	317
César Augusto Correia de Sequeira			
55 — GEOLOGIA E CIÊNCIAS AFINS — METEOROLOGIA			
C. D. U. 551.501:629.19			
Obtenção dos dados meteorológicos através de um satélite artificial	421	10-974	33
Bettencourt Faria			
C. D. U. 551.501:629.19:681.14			
Conversor digital análogo temporal	423	2-975	141
Rodrigo Martins			
Isaura Martins			
C. D. U. 551.510.4:628.5			
Um modelo gaussiano para a dispersão de poluentes na atmosfera	428	7-975	383
J. J. Delgado Domingos			
M. Teresa Pontes			
C. D. U. 551.554:628.52:533.15			
Diffusion dans les couches limites stratifiées	424	3-975	221
		e	
	425	4-975	237
J. Mathieu			
C. D. U. 551.577:551.594.7			
Analysis of rain rate distributions in Portugal and its application to the microwave propagation above 10 GHZ	425	4-975	263
José A. Saraiva Mendes			
Carlos Monteiro			

Publicações Recebidas

PUBLICAÇÕES PERIÓDICAS

— AGROS
Associação dos Estudantes de Agronomia

— ANALLES DE MECÁNICA Y ELECTRICIDAD
Asociacion de Ingenieros del I. C. A. I.

— ASEA — REVUE

— ACTA TÉCHNICA
Academiae Scientiarum Hungariae

— ANAIS DO CLUBE MILITAR NAVAL

— ANALYTICAL ABSTRACTS
Society for Analytical Chemistry

— ACIER - STAHL - STELL

— ANNALES
Institut Technique du Batiment et des Travaux Public

— AEG - TELEFUNKEN AL DIA

— AR COMPRIMIDO
Atlas Copco

— BOLETIM DA CÂMARA MUNICIPAL DE SÁ DA BANDEIRA

— BOLETIM ECONÓMICO E FINANCEIRO
Banco Borges e Irmão

— BOLETIM
Instituto Nacional de Investigação Industrial

— BOLETIM MENSAL DE INFORMAÇÃO
Laboratório Nacional de Engenharia Civil

— BULLETIN OF THE SEISMOGRAPHIC STATIONS
University of California

— BOLETIM DEL CEMENTO PORTLAND
Instituto del Cemento Portland Argentino

— BOLETIM GTH
Gabinete Técnico da Habitação da Câmara Municipal de Lisboa

— BOLETIM
Sociedade Geológica de Portugal

— BOLETIM INFORMATIVO IRANOR
Instituto Nacional de Racionalizacion y Normalizacion

— BOLETIM DA ELECTROQUÍMICA E CORROSÃO
Instituto Nacional de Investigação Industrial

— BOLETIM
Departamento de Imprensa e Informação do Governo da República Federal da Alemanha

— BOLETINUL
Institutului Politehnic Bucaresti

— BOLETIM
Associação Industrial de Angola

— BOLETIM DO PORTO DE LISBOA
Administração - Geral do Porto de Lisboa

— BOLETIM DO SERVIÇO CARTOGRÁFICO DO EXÉRCITO

— BOLETIM DE MINAS
Direcção Geral de Minas e Serviços Geológicos

— BULLETIN DE LA CHAMBRE DE COMMERCE BELGE AU PORTUGAL

— BULLETIN
Agence Internationale de L'energie Atomique
Instituto dos Produtos Florestais

— CENIM

— CORTIÇA
Centro Nacional de Investigaciones Metalurgicas

— (JOURNAL OF) CHEMICAL EDUCATION
Division of Chemical Education of the American Chemical Society

— CIMENTO E CONCRETO
Associação Brasileira de Cimento Portland

— COMUNICAÇÕES ELÉCTRICAS
International Telephone and Telegraph Corporation

— CONSTRUCTI

— CARTA GEOLÓGICA DE ANGOLA
Direcção Pronvincial dos Serviços de Geologia e Minas

— CEMENTO HORMIGÓN

— COURRIER CERN

— COLLECTION
Czechoslovak Academy of Sciences

— DYNA
Asociacion de Engenieros Industriales de España

— EL ESTAÑO Y SUS APLICACIONES
Tin Research Institute

— ELECERICITE DE FRANCE
Direction des Etudes et Recherches

— ELECTRICIDADE
Empresa Editorial Electrotécnica Edel, Lda.

— ENDEAVOUR
Imperial Chemical Industries Limited

— ESTUDOS
Banco Fomento Nacional

— ESTUDOS, NOTAS E TRABALHOS
Serviço de Fomento mineiro

— ELECTRICAL COMMUNICATION
International Telephone and Telegraph Corporation

— ECONOMIC REVIEW
Câmara de Comércio Luso-Britanica

— FUNDIÇÃO
Associação Portuguesa de Fundição

— FUNDEXPORT
Fundo de Fomento de Exportação

— GEOTÉCNICA
Revista da Sociedade Portuguesa de Geotécnica

— INFORMES DE LA CONSTRUCCIÓN
Instituto Eduardo Torroja

— ION
Sindicato Nacional de Industrias Químicas

— INDÚSTRIA DE MOÇAMBIQUE
Associação Industrial de Moçambique

— LA HOUILLE BLANCHE
Société Hydrotechnique de France

— LES NOUVELLES DE L' E. I. B.

— METALLURGIA AND METAL FORMING
National Association of drop Forgers and Stampers

— MACHINE TOOL REVIEW

— NOTICIÁRIO DOS ELASTÔMEROS
du Pont

— ONU (CHRONIQUE MENSUELLE)
Service de L'information de L'organisation des Nations Unies

— O PROPULSOR
Sindicato Nacional dos Oficiais de Marinha Mercante

— PRELO
Imprensa Nacional - Casa da Moeda

— PORTUGAL - ALEMANHA
Câmara de Comércio e Indústria Luso-Alemã

— REVISTA DE CIÊNCIAS-BIOLÓGICAS
Universidade de Lourenço Marques

— REVUE LANDIS E GYR (EDITION ELECTRICITÉ)

— REVUE D'IENA

— REVUE SIEMENS
Siemens Antiengesellschaft

— REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

— LA REACHERCHE AÉROSPATIALE
Office National D'Études et de Recherchse Aérospatiales

— REVISTA DE METALURGIA
Cenim - Centro Nacional de Investigaciones Metalurgicas

— RAIL INTERNATIONAL
Association Internationale du congrès des chemins de fer et de L'Union Internationale des Chemins de fer

— REVISTA TÉCNICA SULZER

— REVISTA DANFOSS

— REVISTA AGRONÓMICA
Sociedade de Ciências Agronómicas de Portugal

— TECHNIQUES FRANÇAISES (BATIMENT TRAVAUX PUBLICS URBANISME)
Services Économiques de L'Embassade de France

— TECHNIQUES FRANÇAISES (CHIMIE GAZ PETROLE)
Services Économiques de L'Embassade de France

— TECHNIQUES FRANÇAISES (INDUSTRIE DE METAUX
Services Économiques de L'Embassade de France

— TECHNIQUES FRANÇAISES (TRANSPORTS)
Services Économiques de L'Embassade de France

— TECHNIQUES FRANÇAISES (CHIMIE GAZ PETROLE) BIENS DE CONSOMMATION)
Services Économiques de L'Embassade de France

— WORLD HEALTH ORGANIZATION PUBLICATIONS
World Health Organization

— WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT DER HOCSCHULE
Architektur und Bauwesen Weimar

Termodinâmica molecular do gás perfeito

J. A. MARTINHO SIMÕES e
C. A. NIETO DE CASTRO
Laboratório de Química-Física
Instituto Superior Técnico

— Pág. 67 — Na penúltima linha do «Abstract», em vez de *exprerimental* deve ler-se *experimental*.

— Na linha 11 da Introdução, onde está *termodinêmicas* deve ler-se *termodinâmicas*.

— Pág. 68 — Na linha 4 depois da equação (5) deve ler-se ε_ν em vez de ε_γ .

— A equação (8) deve ler-se

$$n_i = N \frac{w_i \, e^{-\varepsilon_i/kT}}{Z}$$

— Na linha 5 após a figura 1 deve ler-se $\Delta\varepsilon_t$.

— Pág. 70 — Na linha 3 depois da expressão (27), onde está N_i deve ler-se ν_i .

— O 2.° membro da equação (28) é um produto iterado.

— Na equação (30) falta um parêntesis recto imediatamente a seguir ao último parêntesis curso.

— Pág. 71 — Na linha 4, onde está B_p deve ler-se B_o .

— Na linha 2 depois da equação (47), onde ν deve ler-se ν .

— Pág. 72 — Na expressão (48) não deve constar o último parêntesis curvo.

— O numerador do 2.° membro da equação (53) deve ler-se

$$\sqrt{B_o C_o}\, h$$

— Pág. 74 — Na linha 4 da expressão (82), onde está ${}^2\varphi$ deve ler-se ${}^2\varphi_j$.

— Na linha 3 da expressão (83), logo após o parêntesis recto inicial, em vez de ${}^3\varphi_i$ deve ler-se ${}^2\varphi_i$.

— Pág. 75 — O índice do 2.° somatório da equação (85) é $i<j<k$.

— Na linha 8 da quação (85), antes do parêntesis recto, deve ler-se

$$\ldots {}^{10}\varphi_k - 1 \Big] \Big\}$$

— A expressão de ${}^6\varphi$ das equações (88) deve ler-se

$${}^6\varphi = 4\, s^2\, e^S \{\ldots$$

— Na linha 2 da nota (6) deve ler-se

$$c_i = \alpha_i^C / C_o$$

— Pág. 76 — Na equação (96) deve ler-se

$$\sum_i d_i\, r_i\, {}^2\varphi_i$$

— Na equação (97) deve ler-se

$$\sum_i d_i\, r_i\, {}^3\varphi_i$$

— Na penúltima linha do parágrafo 3 (Cálculos) deve ler-se C_p em vez de C_o.

— Pág. 78 — Na tabela II, linha 2, coluna 5, deve ler-se 13.5×10^{-4}

— Na nota (c), onde está [5] deve ler-se [15].

— Na tabela I, linha 1, coluna 7, deve ler-se α_i^B

— Pág. 79 — Na tabela III, linha 1, coluna 3, deve ler-se $\left[\ldots + (C_\gamma)_\nu\right] / Nk$

VICENTE FERREIRA E BRAZÃO FARINHA

TABELAS TÉCNICAS

técnica

REVISTA DE ENGENHARIA DA ASSOCIAÇÃO DOS ESTUDANTES
DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO - LISBOA

7ª EDIÇÃO REVISTA E ACTUALIZADA
PREÇO 250.00
DESC. 10% AOS ASSINANTES

Publicidade com critério.

Anuncie na

técnica REVISTA DE ENGENHARIA